EXTRAITS DES RAPPORTS DE CONCOURS DE MATHS EN PSI

Sommaire

I Épreuves écrites	3	IV Remarques sur l'algèbre	75
1 Tableau récapitulatif des épreuves écrites	3	1 Algèbre générale	75
2 Présentation des copies	3	2 Algèbre linéaire	78
3 Contenu des copies	6	3 Réduction des endomorphismes	86
4 Organisation du temps	18	4 Algèbre bilinéaire	93
5 Calculatrices lors de l'écrit	21		
II Épreuves orales	23	V Remarques sur l'analyse	101
1 Tableau récapitulatif des épreuves orales	23	1 Bases de l'analyse réelle	101
2 Connaissance du cours pour l'oral	23	2 Suites numériques	106
3 Méthodologie de l'oral	31	3 Séries numériques	107
4 Déroulement de l'oral	34	4 Espaces vectoriels normés	110
5 Attitude pendant l'oral	45	5 Suites et séries de fonctions	111
6 Utilisation de Maple	53	6 Intégration	116
7 Utilisation de la calculatrice à l'oral	61	7 Équations différentielles	121
		8 Séries entières	127
III Remarques sur les bases	63	9 Séries de Fourier	131
1 Logique	63	10 Fonctions de plusieurs variables	134
2 Récurrences	65		
3 Valeurs absolues, inégalités	66	VI Remarques sur la géométrie	137
4 Trigonométrie	67	1 Désaffection des candidats pour la géométrie .	137
5 Nombres complexes	69	2 Géométrie élémentaire	140
6 Développements limités	70	3 Courbes	141
7 Primitives	72	4 Surfaces	144
		5 Coniques, quadriques	144

I. ÉPREUVES ÉCRITES

§ 1. Tableau récapitulatif des épreuves écrites

concours	première épreuve			deuxième épreuve		
	durée	nature	calculatrice	durée	nature	calculatrice
E3A	3h	cours + problème	-	4h	exos indépendants	-
CCP	4h	problème	oui	4h	problème	oui
Centrale	4h	problème	oui	4h	problème	oui
Mines	3h	problème	-	3h	problème	-
X/Cachan	4h	problème	<i>dépend</i>	-		
ICNA	4h	QCM	oui	-		
ENAC (EPL/S)	2h	QCM (niveau PCSI)	oui	-		
CNC (Maroc)	4h	Problème	-	4h	Problème	-

§ 2. Présentation des copies

Notice E3A

Les épreuves doivent être écrites à l'encre bleue et/ou noire, exception faite pour des schémas ou graphiques nécessitant une palette plus large de couleurs d'encre alors autorisées.

[...] Il sera tenu compte dans la notation des épreuves, des qualités de présentation et d'orthographe ainsi que de la clarté et de la concision du style. **Une minoration de la note est prévue à cet effet.**

Notice Mines

L'utilisation d'effaceurs chimiques ou de « vernis » de masquage est fortement déconseillée. Tous les textes sont obligatoirement écrits à l'encre *bleue ou noire* à l'exclusion du crayon. D'autres couleurs peuvent être utilisées dans les schémas ou pour améliorer la présentation. [...] Il est recommandé aux candidats d'écrire lisiblement.

Notice Centrale

Les candidats devront utiliser exclusivement le papier fourni pour composer. Ils devront se munir à leurs frais de tout le reste du matériel indispensable : stylos, crayon, gomme, règle notamment. Les candidats devront utiliser exclusivement de l'encre bleue ou noire pour la rédaction de leurs compositions, d'autres couleurs peuvent être utilisées dans les schémas ou pour améliorer la présentation. Chaque candidat disposera d'un nombre de feuilles de copie limité pour chaque épreuve [10 en mathématiques], ces feuilles servant également de papier de brouillon.

Problèmes de lisibilité

E3A 2011	Il faut déplorer qu'un certain nombre de candidats rendent des copies illisibles, mal soignées et pleines de fautes. Un correcteur ne corrige que ce qu'il arrive à lire. De plus, une copie mal soignée peut être sanctionnée.
E3A 2010	Le jury souhaite également rappeler qu'un correcteur ne peut faire preuve de mansuétude pour une copie lorsqu'il doit fournir de grands efforts pour la déchiffrer, l'écriture étant trop petite, peu lisible et lorsque sa présentation laisse à désirer.
E3A 2008	Le jury constate tout d'abord un net accroissement du nombre de copies très mal rédigées, certaines étant de plus presque illisibles.
CCP 2011	Pour une bonne lisibilité des copies, les étudiants doivent éviter un excès de ratures et une utilisation abusive du blanc correcteur.
CCP 2011	Signalons [que] les correcteurs ont apprécié le fait que la plupart des candidats aient fait un effort pour rendre leur copie agréable à lire.
Mines 2003	Lorsqu'un passage est illisible, le correcteur ne cherchera pas à deviner ce qu'il ne peut pas lire.
Mines 1999-2000	Il [est] nécessaire d'écrire les lettres avec soin, pour éviter toute confusion, par exemple, entre <i>j</i> , <i>l</i> , et <i>f</i> , ou <i>x</i> , <i>n</i> , et <i>u</i> .
Centrale 2011	Les correcteurs n'ont aucune demande « calligraphique », mais de futurs ingénieurs devaient être capables de fournir un texte lisible.
Centrale 2008	Si de nombreux candidats font des efforts louables de rédaction et de présentation de leur travail, il reste qu'une proportion importante de copies sont mal rédigées et peu lisibles.

Mise en évidence des résultats

E3A 2009	La rigueur doit sauter aux yeux à la lecture de la copie. La présentation qui, en général, traduit la clarté de la pensée doit être excellente.
CCP 2011	La présentation des copies est globalement satisfaisante. Beaucoup d'élèves font un effort dans ce sens. Néanmoins, les résultats ne sont pas toujours mis en évidence, principalement les résultats faciles à obtenir : faire ressortir les résultats est essentiel.
CCP 2009	La présentation des copies est globalement satisfaisante, et beaucoup d'étudiants font un effort dans ce sens. Néanmoins, les résultats ne sont pas toujours mis en évidence. Faire ressortir les résultats est essentiel.
CCP 2008	La présentation des copies est globalement satisfaisante ; on recommande de faire ressortir les résultats essentiels.
CCP 2007	La présentation des copies est globalement satisfaisante, même souvent très bonne, ce qui assure une correction efficace.
CCP 2006	Faire ressortir les résultats en les soulignant ou en les encadrant. Cette impérative nécessité permet au candidat de les retrouver facilement pour les questions suivantes et au correcteur de les repérer dans l'enchaînement des questions.
Mines 2007	La présentation des copies est, en général, correcte.
Mines 2006	La présentation des copies semble en progrès par rapport aux concours des années précédentes. [...] Il est important d'écrire lisiblement et d'encadrer les résultats obtenus.
Mines 2002-2003	Les copies confuses ou mal présentées sont évidemment pénalisées, et les travaux bien conçus et bien présentés sont récompensés.
Mines 1999-2001	Les copies confuses ou mal présentées sont évidemment pénalisées.

Numérotation des pages et des questions

- Centrale 2010-2011 Anecdote mais désagréable : la plupart des candidats ne numérote pas les feuilles, les questions non plus, d'ailleurs. Le correcteur est souvent perplexe devant un « b) », tout seul, perdu en début d'une feuille sans aucun repère ! Pour peu que le raisonnement soit lui-même un peu « fumeux », sa patience est mise à rude épreuve !
- Centrale 2009 Numéroté les pages ou les feuilles et écrire le numéro de la question traitée, par exemple II.A.3.a ; un a, tout seul, en haut d'une nouvelle feuille non numérotée, oblige le correcteur à faire une enquête minutieuse et fastidieuse.
- Centrale 2007 La numérotation des pages est indispensable ! Les correcteurs n'ont pas du tout envie de se livrer à un « jeu de piste » face à une copie où les pages et les questions ne sont pas indiquées clairement. Signalons aussi que nombre de candidats affectent aux pages et aux questions des numéros fantaisistes qui n'ont aucun rapport avec la réalité !
- Centrale 2006 Il faut *numéroter les feuilles ou les pages*, il faut *écrire explicitement la question étudiée* : parfois, en haut d'une page ou feuille non numérotée, on trouve une question marquée b), après enquête laborieuse, il apparaît au correcteur qui n'apprécie pas du tout ce « jeu de piste », qu'il s'agit d'un « flash-back » et que la question est la IV.B.2.b et non, comme on pourrait s'y attendre la II.C.2.b ou la III.A.2.b. La « devinette » n'amuse pas du tout le correcteur et révèle un manque de courtoisie certain de la part du candidat (l'émotion d'un jour de concours... n'excuse pas tout !).
- Centrale 2005 Il faut numéroté les feuilles ou les pages, il faut écrire explicitement la question étudiée : parfois, en haut d'une page ou feuille non numérotée, on trouve une question marquée c), après enquête laborieuse, il apparaît au correcteur qui n'apprécie pas du tout ce « jeu de piste », qu'il s'agit d'un « flash-back » et que la question est la I.A.5.c), artistiquement insérée entre le II.A.2.b) et le II.C.1. (question qui a souvent tenté les candidats par son côté un peu extérieur au thème général du sujet). Si les candidats pouvaient numéroté soigneusement les feuilles et les questions, cela éviterait des recherches rarement infructueuses mais toujours désagréables.
- Centrale 2004 Enfin, si tous les candidats pouvaient numéroté les pages ou les feuilles, cela éviterait des recherches parfois infructueuses et toujours désagréables.

Notations et utilisation d'abréviations

- E3A 2011 Rappelons encore que les propriétés ou termes mathématiques doivent a priori être écrits en toutes lettres. L'usage de sigles (souvent internes au cours de la classe du candidat) est à proscrire ; TGSCV, CVS, CV, CNTS... ne seront plus acceptés.
- Centrale 2009 Pour désigner la transposée de A , écrire tA et non ${}_tA$.
- Centrale 2005 Les notations « personnelles » sont à éviter ou à expliciter : $\square$ désigne la matrice nulle pour certains candidats, mais cette notation n'est pas universelle ; les abréviations doivent aussi être précisées ; le TVI est-il le « Train à Vitesse Intermédiaire » ou bien la « Taxe à la Valeur Interdite » ? De futurs ingénieurs se doivent de donner un texte lisible.
- X-Cachan 2005 Le jury s'étonne de l'abondance de copies rédigées en style télégraphique, voire SMS.

Ne pas recopier l'énoncé

- CCP 2009 Quelques candidats ont recopié l'énoncé, c'est inutile.

Orthographe

- CCP 2007 Malheureusement l'orthographe est souvent négligée.

Centrale 2010	De futurs ingénieurs devaient être capables de fournir un texte lisible, si possible pas trop « truffé » de fautes d'orthographe.
Centrale 2009	Attention à l'orthographe, très souvent lamentable, qui peut changer le sens d'une assertion. On voit souvent : « AB et BA ont même valeur propre », « On a montrer », « Une base de vecteur propre », etc. . . On peut se demander quelle sera la crédibilité, voire la compréhensibilité des rapports de ces futurs ingénieurs !
Centrale 2009	On parle d'un ellipsoïde et non d'une ellipsoïde ! Le procédé d'orthonormalisation est dû à Gram et Schmidt et non à Gramm ou Gramme. Le théorème spectral est un élément de la théorie spectrale mais on n'écrit pas « théorème spectrale ».
Centrale 2007	L'orthographe ne s'améliore pas : « Les vecteurs sont libres et forment une base orthogonal », « la droite vectoriel porté par . . . », « la base d'arriver . . . », etc. Le jury souhaite ne pas pénaliser d'éventuels candidats étrangers et ne traduit pas ces carences dans la notation mais il est quand même surpris que ce phénomène touche près de la moitié des candidats.
Centrale 2005	Par décence, on ne parlera pas de l'orthographe, propos qui semble hors de portée pour certains.

§ 3. Contenu des copies

Connaissance du cours pour l'écrit

E3A 2011	Une bonne connaissance du cours permet aux candidats d'obtenir un bon nombre de points. Il faut bien citer/vérifier que toutes les hypothèses soient satisfaites avant d'appliquer un résultat du cours.
E3A 2011	Globalement le sujet nous a permis de classer les candidats et de valoriser ceux qui avaient une bonne connaissance du cours.
E3A 2011	Une bonne connaissance du cours permet aux candidats via la première partie de l'épreuve, [composée de questions de cours,] d'obtenir un bon nombre de points. Il faut bien citer/vérifier que toutes les hypothèses soient satisfaites avant d'appliquer un résultat du cours.
E3A 2010	Dans l'ensemble, des élèves connaissant leur cours avaient la possibilité d'avoir une note approchant la moyenne.
E3A 2010	Une bonne connaissance du cours permet aux candidats via la première partie de l'épreuve, d'obtenir un bon nombre de points. Il faut bien citer/vérifier que toutes les hypothèses soient satisfaites avant d'appliquer un résultat du cours.
E3A 2010	Les questions sont très guidées, rédigés de façon très progressive et devaient permettre à tout candidat maîtrisant son cours et les techniques de calcul de base d'obtenir une note honorable.
E3A 2009	Le cours doit être parfaitement su, c'est le gage de toute rigueur et de toute chance d'avancer dans la résolution du sujet.
E3A 2009	Tous ces exercices sont très guidés, rédigés de façon très progressive et devaient permettre à tout candidat maîtrisant son cours de réussir honorablement.
E3A 2007	Ces deux exercices sont très guidés et rédigés de manière à ne bloquer aucun candidat. De plus, de nombreuses questions étaient très immédiatement accessibles à un candidat maîtrisant son cours. On entend par là principalement : connaître avec précision les définitions, être capable de citer les théorèmes du cours et de les appliquer en vérifiant toutes les hypothèses. Malheureusement trop souvent les théorèmes sont cités de façon incomplète, trop d'hypothèses sont sous-entendues, trop de calculs ne

sont pas justifiés. D'autre part beaucoup de raisonnements manquent cruellement de rigueur et de précision.

- E3A 2007 Le jury recommande vivement aux futurs candidats de faire un très sérieux effort d'apprentissage et de compréhension du cours
- E3A 2006 Plusieurs questions ne présentaient aucune difficulté pour un candidat maîtrisant parfaitement son cours. On entend par là essentiellement : connaître avec précision les définitions, être capable de citer les théorèmes du cours et de les appliquer en vérifiant toutes les hypothèses. Le jury déplore vivement que trop de candidats ne répondent pas à ces exigences.
- E3A 2006 Le jury recommande fortement aux futurs candidats de faire un très sérieux effort d'apprentissage et de compréhension du cours ; d'autant plus que l'auteur du sujet se réserve la possibilité d'inclure des questions de cours ou des applications directes du cours dans les épreuves à venir.
- E3A 2005 Les deux exercices [de l'épreuve], très guidés, devaient permettre à tout candidat sérieux de traiter une grande partie des questions posées. De plus plusieurs questions sont des questions de synthèse et de mise en forme de résultats obtenus précédemment qu'une bonne connaissance du cours permettait de réussir facilement.
- E3A 2004 [Le jury] rappelle aux futurs candidats des conditions de succès : connaître son cours, s'entraîner à calculer efficacement et rapidement, connaître les définitions et théorèmes importants, savoir énoncer avec précision leurs hypothèses et les vérifier.
- E3A 2004 Cette première partie [de l'épreuve] révèle un manque évident de rigueur et de précision dans la connaissance et l'utilisation du cours, dans la lecture de l'énoncé ainsi que dans les raisonnements mis en œuvre.
- CCP 2010 [Le sujet] comprenait beaucoup de questions simples, résultats classiques ou questions de cours, destinées à valider les acquis des deux années de classes préparatoires et à attribuer les points correspondants. Un nombre limité de questions était destiné à identifier le meilleur niveau de compréhension des concepts ou la capacité de synthèse des étudiants. [...] Un nombre trop important d'étudiants [...] ne maîtrisent pas les notions de base, sans lesquelles toute progression dans un problème est impossible.
- CCP 2010 La connaissance du cours [est] à la base de la réussite.
- CCP 2007 De nombreuses questions faciles, parfois même des questions de cours, étaient proposées aux candidats. L'enchaînement était progressif et les démarches proches du cours et de ses applications directes. Les résultats demandés étaient mis en évidence pour permettre aux étudiants de progresser dans le problème.
- CCP 2006 Citer de façon précise les théorèmes utilisés ; cela permet de ne pas oublier d'hypothèse.
- CCP 2005 Le sujet permettait de tester une large gamme de compétences des candidats : l'assimilation du cours, la connaissance des énoncés d'un certain nombre de « théorèmes fondamentaux », la rigueur des raisonnements.
- Mines 2011 Rappelons aux candidats qu'il ne suffit pas de comprendre le sujet. Il faut aussi faire *la preuve* de cette *compréhension*. Il ne suffit pas d'invoquer un théorème, en écrivant « d'après un théorème du cours », ou « d'après le théorème de X », il faut aussi en donner un énoncé exact et montrer que toutes les hypothèses sont satisfaites. Trop souvent, les candidats énumèrent des arguments surabondants, en recopiant une bonne partie des propriétés connues d'après l'énoncé et écrivent ensuite la conclusion demandée dans la question.
- Mines 2009-2010 Il ne suffit pas d'invoquer un théorème à l'aide de son nom. Il faut en fournir un énoncé exact et montrer que les hypothèses sont bien satisfaites, afin de pouvoir en tirer les conclusions souhaitées.
- Mines 2005-2010 Rappelons que les candidats doivent bien connaître leur cours et maîtriser les techniques basiques de calcul. Seule, la pratique personnelle et régulière permet

d'atteindre cet objectif.

Mines 2010	Ne pas hésiter à écrire en détail l'énoncé d'un théorème, ce qui guide la démarche à adopter.
Mines 2009	Bien apprendre le cours, car ne pas connaître les notions de base telles que la définition de la convergence normale, le calcul des valeurs propres et sous espaces propres, sont inadmissibles.
Mines 2007	Beaucoup de candidats ne sont pas capables d'énoncer des conditions suffisantes de dérivabilité d'une intégrale fonction d'un paramètre, ou s'ils les énoncent, de les vérifier concrètement sur un exemple.
Mines 2006	La majorité des candidats ne cite pas avec assez de précision les théorèmes utilisés.
Mines 2005	Ressort l'impérieuse nécessité de maîtriser tout le cours.
Mines 2003	Pour pouvoir rédiger une solution de qualité, il est nécessaire de bien connaître et maîtriser les notions fondamentales, les définitions et les théorèmes du programme. Trop de candidats manquent de rigueur, ont une connaissance beaucoup trop approximative des définitions et des caractérisations des objets et structures figurant au programme (par exemple : groupes, espaces vectoriels, algèbres, etc. . .).
Mines 2003	Une connaissance parfaite des théorèmes du cours est indispensable. Il est clair que, si des candidats avaient énoncé in extenso le théorème de Cauchy-Lipschitz ils se seraient probablement rendus compte de la différence entre conditions initiales et conditions aux limites.
Mines 2001	La connaissance du cours est fondamentale, les énoncés des théorèmes doivent être cités avec précision.
Mines 1999	Nous suggérons aux futurs candidats [d'être] capable d'énoncer correctement les théorèmes utilisés.
X-Cachan 2005	Nous rappelons à cette occasion que lorsqu'un théorème du cours est utilisé, il doit être énoncé clairement et sans ambiguïté.
X-Cachan 2005	[Dans] une question de cours, [...] le jury [sanctionne systématiquement] toute rédaction flottante ou manque de précision dans la manipulation des quantificateurs.
X-Cachan 2003	Il est primordial pour de futurs scientifiques de maîtriser leurs outil : ici ce sont des théorèmes, avec des conditions d'applications et des conséquences à utiliser. On rencontre trop souvent des réponses « molles », avec des hypothèses approximatives et des conclusions non poussées à leur terme (par exemple dans l'usage plus incantatoire que rationnel du théorème de Cauchy-Lipschitz).
X-Cachan 2003	Un théorème est cité par son nom, un résultat sans nom est énoncé (par exemple « la somme de deux fonctions continues est continue »).

Critères de notation des réponses aux questions

E3A 2011	<ul style="list-style-type: none">- L'objectif du sujet était que des élèves connaissant leur cours aient la possibilité d'avoir une note approchant la moyenne.- Rappelons que des résultats énoncés sans démonstration ne peuvent être pris en considération : l'affirmation brutale et inopinée d'un résultat ne permet pas d'obtenir de point.- Les théorèmes classiques du programme sont souvent appliqués de manière approximative sans maîtrise des hypothèses.- Par ailleurs, les calculs sont rarement menés jusqu'à leur terme, ce qui pénalise fortement les candidats.
E3A 2011	[Les dernières questions de l'exercice] n'ont été abordées que par un candidat sur dix. Tout essai, amorce de méthode, illustration pertinente ont été pris en compte dans la notation.

E3A 2010	Les réponses [à la dernière question] consistent trop souvent en une invocation de la convergence uniforme manifestement mal comprise. Le jury souligne que ce type de question de conclusion ne peut prétendre à obtenir des points que si elle est correctement rédigée, notamment, lorsque qu'on justifie que les hypothèses des théorèmes utilisés sont vérifiées.
Mines 2004	On ne saurait trop leur répéter de soigner leurs calculs. Dans ce problème il y avait un grand nombre de calculs très simples. Il est primordial pour ne pas être gravement sanctionné au niveau de la note, d'obtenir des résultats justes. Lorsqu'il s'agit de sommer une progression géométrique, et c'était très souvent le cas, il ne faut en aucune manière que les candidats qui fournissent un résultat inexact, croient qu'ils se verront attribuer des points au titre de la « méthode ».
Mines 1999-2001	Trop de candidats veulent toucher à toutes les questions, essayant parfois d'apporter à certaines une contribution dérisoire. Une solution d'une question à peine ébauchée rapporte zéro point, et une solution bâclée guère plus.
Mines 2000-2001	Trop de candidats veulent toucher à toutes les questions, essayant parfois d'apporter à certaines une contribution dérisoire. Une solution d'une question à peine ébauchée rapporte zéro point, et une solution bâclée guère plus.
Mines 1999-2000	Nous souhaitons que les candidats comprennent bien qu'ils ne peuvent pas obtenir de points pour des solutions approximatives et non rigoureuses, et qu'ils ne doivent pas sacrifier la qualité de ces solutions.
Mines 1999	Les erreurs dues à de mauvaises manipulations d'inégalités ou à des affirmations non justifiées ont été sanctionnées. À l'inverse, les copies dans lesquelles l'articulation logique du raisonnement, l'enchaînement des inégalités, étaient clairement mises en évidence, ont été récompensées.
Mines 1999	Nous suggérons aux futurs candidats [de] ne pas se contenter d'arriver à la conclusion en sacrifiant la rigueur. Les correcteurs s'intéressent non seulement au résultat demandé, mais encore à la manière de l'obtenir. Tant que la conclusion ne paraît pas découler rigoureusement des prémisses, il faut chercher à approfondir l'enchaînement logique. Cette idée a d'ailleurs été énoncée par Évariste Galois : « un auteur ne nuit jamais tant à ses lecteurs que quand il dissimule une difficulté ».
Centrale 2010-2011	Des affirmations du type : « Il est clair que... », « Il est évident que... », « On voit immédiatement que... », pour justifier une proposition qui mérite d'être démontrée, se soldent par un zéro. Aucun point n'est prévu pour récompenser une conviction même si elle semble sincère. Le jury attend qu'on lui apporte une démonstration achevée, cohérente où les arguments soient clairement étayés.
Centrale 2007	Certains candidats font preuve d'une naïveté touchante : « Je n'arrive pas à démontrer... », mais il me semble que... ». Inutile de transmettre des « impressions » au correcteur : il ne pourra attribuer de points si aucune démonstrations n'est présentée.
Centrale 2006	[Un certain type de candidat] propose au correcteur une « partie de pêche ». Il écrit tout ce qu'il connaît autour et alentour du sujet et conclut : « On peut donc en déduire que... », laissant au correcteur le soin de faire le tri, dans tout ce fatras, entre ce qui sert et ce qui n'a aucun rapport avec la question, puis de construire la preuve. C'est surestimer grandement le courage du jury qui attend qu'on lui apporte une démonstration achevée, cohérente où les arguments sont clairement étayés.
Centrale 2006	Inutile de « délayer » : le jury ne « paie » pas au nombre de pages ! Chaque question est affectée d'un coefficient et, si elle peut être résolue en trois lignes, il est inutile de mettre trois pages.
Centrale 2006	Lorsque l'énoncé demande si une assertion est vraie (ou fausse), la réponse attendue n'est pas : « C'est vrai! (ou faux!) ». Le nombre de points alloué à ce genre de réponse est, il faut en avoir conscience, égal à zéro. On attend : <ul style="list-style-type: none"> - une démonstration si la réponse est positive ; - un contre exemple si elle est négative.

Centrale 2006	<i>Aucun point</i> n'est prévu pour récompenser [la conviction]. Des affirmations du type : « Il est clair que... », « Il est évident que... », « On voit immédiatement que... », pour justifier une proposition qui mérite d'être démontrée se soldent par un zéro.
Centrale 2000	Le jury tient à déplorer le manque de « bon sens » d'un nombre important de candidats qui alignent imperturbablement des pages de formules qui n'ont aucun sens dès le début ou des simili-raisonnements du style : « On a forcément... » Une conviction n'est pas une démonstration.
Centrale 2000	Démontrer rigoureusement et ne pas croire qu'une affirmation, même accompagnée d'une conviction sincère et touchante, suffira à entraîner l'adhésion du correcteur.
X-Cachan 2009	Il est inutile d'écrire plusieurs pages pour traiter une seule question en espérant que le correcteur lassé finira par lâcher quelques points: les questions sont séparées en sous-questions de sorte que chacune puisse se résoudre relativement rapidement, reposant généralement sur un argument simple.
X-Cachan 2005	Le jury a décidé de récompenser les rares copies présentant une rédaction soignée et une articulation logique sans faille.

Honnêteté

E3A 2011	Le calcul du déterminant [a] donné fréquemment lieu à une suite embrouillée de calculs où apparaissent miraculeusement le bon résultat à la dernière ligne.
E3A 2010	Le jury précise qu'il est inacceptable qu'une copie comporte des « escroqueries au calcul ». N'ont obtenu des points que celles où les calculs sont clairement et explicitement rédigés.
E3A 2010	Le jury a sanctionné de nombreuses tentatives « d'escroqueries au calcul ».
CCP 2009	Beaucoup d'étudiants ont été troublés par le signe $-$ dans l'expression des λ_k , pour prouver que la plus grande valeur propre était $\rho = 2 \cos(\frac{\pi}{n+1})$. Les plus honnêtes avouent leur incompréhension, mais beaucoup « oublient » opportunément le signe $-$ dans un changement de ligne ou l'effacent [...] Si l'honnêteté intellectuelle ne rapporte pas de directement de points, elle donnera néanmoins une impression favorable face à une réponse ultérieure peu claire et demandant plus de précisions.
Mines 2011	Beaucoup de résultats étaient donnés dans l'énoncé. Trop de candidats se sont contentés de paraphraser cet énoncé, sans autre preuve sérieuse.
Mines 2011	La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle doivent être bannis.
Mines 2010	Certains candidats trouvent quand même le bon résultat, annoncé dans l'énoncé, alors qu'il est impossible d'y arriver en utilisant leurs résultats des questions précédentes.
Mines 2009	C'est dans cette question que la malhonnêteté intellectuelle a été le plus exprimée. Certains écrivent plusieurs lignes successives et à moment, appliquent de façon magique le fait que pour obtenir la valeur de la dérivée n -ième en 0, il faut prendre la valeur en 0, puis dériver n fois. Si tel était le cas, il aurait été possible de le faire dès le début du calcul, ce qui aurait donné une valeur nulle, et non l'expression demandée.
Mines 2005	Nous avons noté une tendance à fournir des bribes d'arguments, laissant au correcteur le soin de les compléter pour les organiser en une solution convaincante, procédé qui, bien entendu, n'est pas rentable en termes de notation.
Mines 2005-2008	La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle doivent être bannis.
Mines 2006	L'énoncé donnant le résultat, la plupart des candidats écrivent plus ou moins n'importe quoi, sans aucune rigueur, pour conclure que l'énoncé a raison.

- Mines 2006 [La question a fait l'objet de] tentatives de tricherie, ce qui est souvent vrai lorsque le résultat figure dans l'énoncé.
- Mines 2006 Il vaut mieux faire preuve d'honnêteté et signaler clairement les résultats admis. On a pu remarquer avec plaisir que c'était souvent le cas dans les copies de cette année.
- Mines 2006 Enfin, il faut particulièrement soigner la rédaction des questions dont la réponse figure dans l'énoncé : les correcteurs sont très attentifs aux justifications données et repèrent immédiatement toute tentative permettant de retrouver sans raison réelle le résultat figurant dans le texte. La sanction est sévère dans ce cas, car il ne s'agit pas de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.
- Mines 2005 Il est tout à fait injustifiable de trouver (en grand nombre) des raisonnements où l'on suppose acquis les résultats de la question 5 pour montrer [...] la question 4 et où l'on utilise la question 4 pour démontrer la question 5.
Si l'on ne sait pas résoudre une question, il est toujours plus sage d'admettre clairement son résultat et de passer à la suivante. On ne perdra ainsi pas plus de points qu'à faire un raisonnement faux mais on évitera d'irriter le correcteur.
- Mines 2005 Il est peu recommandé de tenter de bluffer le correcteur. Celui-ci sait, en effet, où se situent les difficultés et mû par un inexorable automatisme, cherchera le passage où elle est censée être résolue. Par conséquent, enchaîner des lignes de calculs triviaux et soudainement occulter la difficulté par un « égal » ou un « donc » sybillins sera nécessairement détecté par le correcteur. En résumé, n'écrivez que ce dont vous êtes sûr !
- Mines 2001-2003 Certains candidats font des simulacres de démonstration menant par miracle au résultat annoncé, ceci particulièrement pour les questions où la réponse est donnée dans l'énoncé. D'une manière générale, il est conseillé de jouer la carte de l'honnêteté.
- Mines 2003 Les correcteurs chevronnés savent qu'une inégalité à démontrer [dont l'énoncé est donné] reçoit presque toujours une réponse, laissant aux dits correcteurs le soin de démêler le vrai du faux ; un candidat n'a pas hésité à affirmer que : $11 \frac{\sqrt{3}}{12} \leq \frac{1}{8}$, et ce type d'erreur est loin d'être isolé.
- Mines 2003 L'honnêteté intellectuelle est appréciée, et ne pénalise pas le candidat.
- Mines 1999-2001 Dans certains cas, où la réponse est donnée, certains candidats ne font en fait rien de plus que recopier l'énoncé.
- Mines 2001 Des candidats [paraphrasent] l'énoncé pour conclure péremptoirement que l'on obtient la relation demandée !
- Mines 2000 Le grief majeur concerne la malhonnêteté intellectuelle de candidats qui, sous prétexte d'aboutir à un résultat suggéré dans l'énoncé, sont prêts à affirmer n'importe quoi du style « l'application $f : (t, M) \mapsto \begin{pmatrix} \cos t & 0 \\ 0 & \cos t \end{pmatrix} + M$ est injective car son noyau est nul, donc bijective ».
- Mines 1999 Certains candidats sont prêts à écrire n'importe quoi pour résoudre [une] question ; la fin justifie les moyens. On voit par exemple : toute fonction définie et continue sur la droite réelle est bornée.
- Mines 1999 [Le sujet] comportait [des] questions dont la réponse était fournie par l'énoncé, de manière à ne pas bloquer les candidats dans leur recherche, leur permettant ainsi de poursuivre le problème. Dans cette situation, de nombreux candidats n'éprouvent aucun scrupule devant des incohérences, pour arriver au résultat demandé.
- Centrale 2011 Les justifications apportées par certains candidats confinent parfois à la malhonnêteté intellectuelle. Par exemple, de nombreux candidats affirment que « la primitive d'une fonction périodique est clairement une fonction périodique ».
- Centrale 2009 Certains candidats n'hésitent pas à « inventer » des théorèmes (faux) qui donnent miraculeusement réponse à la question qu'ils ne savent résoudre.

Centrale 2007	Comme tous les ans, on s'aperçoit que, pour certains, les mathématiques tiennent plus de la magie que du raisonnement. Ils écrivent des formules incompréhensibles et espèrent que le correcteur y trouvera son compte.
Centrale 1999	[Quand] les résultats sont donnés [dans la question], c'est sur la manière de les obtenir que le candidat doit s'attacher à être clair et rigoureux.
X-Cachan 2009	Il est très vivement conseillé aux candidats d'apporter un grand soin aux équivalences ou à défaut de préciser le sens qu'ils démontrent: la copie qui présente honnêtement et précisément ce qu'elle démontre, obtiendra une meilleure note que celle qui affirme plus qu'elle ne fait.
X-Cachan 2008	Il faut absolument [avoir] conscience que si le correcteur a la preuve de la mauvaise foi d'un candidat, il ne peut plus donner à celui-ci le moindre bénéfice du doute sur des questions où la rédaction est imprécise ou incomplète.
X-Cachan 2008	Les candidats doivent renoncer à ruser avec le correcteur, ceci ne peut que leur nuire. Il vaut mieux admettre qu'un développement ne donne pas le résultat voulu, ou un résultat partiel, que de prétendre à tort qu'il répond à une question. L'honnêteté et la lucidité sont des éléments importants d'appréciation pour le correcteur, à la mesure de leur caractère essentiel dans la pratique scientifique.
X-Cachan 2005	L'emploi récurrent de l'expression « par théorèmes généraux » relevé dans de nombreuses copies a été jugé inacceptable par le jury.

Respect de la logique de l'énoncé

CCP 2008	Dans ce devoir, surtout dans la partie I, plusieurs questions pouvaient se traiter de deux manières; une manière standard et calculatoire, et une manière plus fine et rapide, en suivant la logique de l'énoncé. Bien souvent, les candidats choisissent la première méthode, ce qui les conduit à être pris par le temps dans la suite du problème. C'est un fait patent que trop d'étudiants ne prêtent aucune attention à la logique et à l'agencement de l'énoncé. Ils traitent chaque question comme un exercice indépendant et c'est fort dommage. Ce manque de prise de recul les pénalise sur le temps. [...] Nous souhaitons que les étudiants soient attentifs à la rédaction des questions et à leur enchaînement. Les indications qu'ils y trouveront leur permettront de répondre par un raisonnement, plutôt que par un long calcul, gagnant ainsi du temps pour avancer plus loin dans le problème.
CCP 2005	On souhaite [...] que les étudiants travaillent avec logique; en particulier lorsqu'une question commence par « en déduire » on s'attend à ce qu'ils cherchent le lien avec les questions précédentes.
Mines 2011	Rappelons que pour réussir une épreuve de mathématiques, il n'y a rien de plus important que de lire attentivement l'énoncé. C'était encore plus particulièrement le cas pour cette épreuve. Il y avait une page entière comportant des explications, des définitions et des propriétés admises. Il est à noter qu'il fallait intégrer avec soin la définition d'une solution maximale et qu'elle était différente de la définition usuelle. En effet, l'intervalle de définition était systématiquement ouvert à droite, ce dont il fallait tenir compte pour plusieurs questions.
Mines 2010	Pour réussir la résolution d'un problème de mathématiques, il faut comprendre sa structure logique, et en particulier savoir utiliser les résultats précédents pour traiter une nouvelle question, même si certains d'entre eux n'ont pas été démontrés par le candidat.
Mines 2010	Ne pas analyser et résoudre les questions posées une à une mais par blocs lorsqu'elles sont très comparables.
Mines 2004-2005	Rappelons aux candidats le danger qu'il peut y avoir à chercher les solutions des questions dans n'importe quel ordre, sans tenir compte de la structure logique de l'énoncé. Les solutions trouvées dans ces conditions ont toutes les chances d'être inadaptées ou fausses. Certains, rares heureusement, rédigent les questions dans un

ordre différent de l'énoncé, et admettent le résultat de certaines d'entre elles, sans être conscients du fait qu'ils tentent de montrer le résultat d'une question en admettant le résultat d'une autre question qui est postérieure dans l'énoncé!

Mines 2002-2003

Rappelons aux candidats le danger qu'il peut y avoir à chercher les solutions des questions dans n'importe quel ordre, sans tenir compte de la structure logique de l'énoncé. Les solutions trouvées dans ces conditions ont toutes les chances d'être inadaptées ou fausses.

Mines 2002

Certains candidats semblent déstabilisés dès la première question un peu difficile. Rappelons qu'il est toujours possible d'admettre le résultat d'une question sans démonstration, et qu'il y avait dans ce problème de nombreuses questions de niveau de difficulté faible ou moyen, où la plupart des candidats pouvaient faire la preuve de leur savoir faire.

Centrale 2001

Pour de nombreux candidats, les mathématiques semblent être devenue une science ésotérique, digne des « Mille et une nuits » où il faut trouver la formule magique, le « sésame », sans se soucier du lien logique avec l'énoncé.

Qualités de la rédaction

E3A 2008

Le jury constate tout d'abord un net accroissement du nombre de copies très mal rédigées.

CCP 2010

On recommande aux candidats une rédaction soignée dans les questions de raisonnement.

CCP 2004

Parmi les conseils que l'on peut donner aux étudiants pour améliorer leur note à l'écrit : [...] soigner la rédaction des questions de raisonnement (implications ou équivalences)

Mines 2010

[Certains candidats] négligent souvent la rédaction des solutions, utilisent parfois abusivement des propriétés fausses ou hors programme .

Centrale 2008

Le jury apprécie que les raisonnements, mettant en jeu des points importants du programme, les mentionnent de façon claire et précise. Si de nombreux candidats font des efforts louables de rédaction et de présentation de leur travail, il reste qu'une proportion importante de copies sont mal rédigées et peu lisibles. Le jury souligne que la qualité de la rédaction joue un rôle important dans l'appréciation des copies et encourage fortement les futurs candidats à faire des efforts dans cette direction.

Niveau de détail

E3A 2011

Il faut bien citer/vérifier que toutes les hypothèses soient satisfaites avant d'appliquer un résultat du cours. Rappelons, encore une fois, que tout résultat énoncé doit être justifié avec rigueur.

E3A 2011

[Dans la partie de questions de cours], il était demandé de refaire quelques démonstrations simples du cours pour justifier certaines affirmations et de donner un contre-exemple dans le cas contraire. Il est regrettable qu'une majorité des candidats donne des contre exemples sans les vérifier.

E3A 2010

En revanche, [le jury] s'alarme du peu de rigueur dans la rédaction des raisonnements par récurrence. S'il est admissible que certaines formules peuvent se justifier par un « d'après une récurrence immédiate », il ne l'est pas que les questions soient systématiquement traitées de cette manière. Le jury attendait qu'au moins un raisonnement par récurrence soit complètement et correctement rédigé en particulier avec une vérification de l'initialisation.

E3A 2006

De nombreux candidats manquent par trop de rigueur dans leur raisonnement, les démonstrations ne sont qu'esquissées, leur déroulement manque de cohérence. Les raisonnements par récurrence sont particulièrement mal traités, trop souvent on n'y trouve aucune trace d'initialisation.

E3A 2005	Le jury s'inquiète de la présence d'un grand nombre (un quart environ) de copies très médiocres voire consternantes. Dans ces copies, les raisonnements ne sont pas bien articulés ou absents, les théorèmes les plus classiques sont mal cités ou ignorés, les calculs ne sont pas justifiés, les affirmations gratuites se succèdent.
E3A 2004	Si la présentation des copies est globalement acceptable, la rédaction par contre est trop fréquemment minimale. Trop souvent, les théorèmes sont cités de façon très imprécise, les démonstrations ne sont qu'esquissées et leur déroulement manque de cohérence et de rigueur.
CCP 2011	L'équipe des concepteurs et des correcteurs encourage les candidats à poursuivre leur effort dans l'amélioration de la présentation et de la rédaction. [...] Elle leur recommande de donner tous les arguments qui justifient les démonstrations. Ces arguments sont indispensables aux correcteurs pour évaluer les connaissances et juger la qualité des raisonnements des étudiants, et donc pour leur attribuer le maximum de points sur les questions traitées.
CCP 2009	L'équipe des correcteurs donne les conseils suivants aux étudiants : s'appliquer à donner tous les arguments, même simples, conduisant à une conclusion, terminer les calculs et donner des résultats achevés, penser à utiliser les résultats donnés pour résoudre les questions qui suivent, se placer scrupuleusement dans les hypothèses des questions dont on utilise les résultats.
CCP 2008	On rappelle que toute question posée dans l'énoncé demande une réponse argumentée. La rédaction des questions simples était souvent délicate à évaluer : la phrase « deux vecteurs (dont on connaît l'expression dans la base canonique) sont clairement libres » n'aide pas le correcteur à savoir si l'étudiant comprend pourquoi ils sont libres, ou plutôt s'il comprend qu'ils <i>doivent être libres</i> et fait semblant de le comprendre. Le but d'une épreuve est de montrer que le candidat est capable de faire des mathématiques et il est essentiel que le correcteur comprenne ce que fait l'étudiant.
CCP 2007	On peut rappeler aux étudiants qu'ils rédigent des solutions et que même les questions faciles nécessitent une argumentation logique, c'est-à-dire une démonstration ; paraphraser l'énoncé, même quand la réponse apparaît aisément, n'est pas satisfaisant.
CCP 2006	Rappelons aux candidats qu'ils rédigent des exposés dont le but est d'être lus ; le correcteur doit être persuadé que l'étudiant a compris le raisonnement et les calculs. Même une question de calcul simple nécessite une courte phrase d'explication.
CCP 2006	Accompagner chaque résultat, même simple, d'une phrase de justification.
CCP 2005	La présentation des copies est généralement satisfaisante, mais la rédaction est trop souvent négligée. Les points simples et usuels sont peu détaillés, comme par exemple la transposée ou l'inverse d'un produit de matrices, la dimension d'un sous-espace vectoriel, la diagonalisation, la linéarité... Les étudiants répondent assez souvent dans l'esprit de la question mais pas à la question : par exemple vecteur propre et non sous-espace propre.
CCP 2005	On souhaite que les étudiants fassent preuve de maturité dans la rédaction des questions classiques, en évitant des vérifications fastidieuses mais en sachant dégager les raisons essentielles qui conduisent au résultat. À l'inverse, ils doivent éviter les expressions comme « il est clair, on voit que, il est évident » qui ne sont jamais des arguments lorsqu'il s'agit de justifier une réponse demandée.
Mines 2010	Éviter les [phrases] du genre « par récurrence évidente » ou « il est facile de montrer que », ou encore « une étude de fonction classique expliquerait tout ceci ».
Mines 2004	On voit trop souvent des tentatives du style « On voit que... », ou « On peut vérifier simplement que », [qui n'ont] évidemment [rapportés aucun points].
Mines 2003	[Alors que l'énoncé demande de <i>démontrer</i> ,] certains se contentent de donner un résultat, assorti de la mention « vu en cours », ce qui ne peut en aucune façon convenir compte tenu de la formulation de la question.

- Mines 2002 [Lorsque] l'énoncé demande une démonstration, [on ne peut se contenter] d'une référence [du style] « c'est du cours ».
- X-Cachan 2005 De nombreux candidats, toutefois, se trouvent pénalisés suite à une mauvaise gestion du temps. Il y a abondance de copies où l'on trouve des pages de calcul pour justifier des trivialisés [...] dans les premières questions, mais où l'on « oublie » d'expliquer [des points plus difficiles dans des questions ultérieures]. Si une rédaction en style télégraphique est inacceptable, il est inutile de perdre son temps à justifier des évidences. On doit pouvoir trouver un juste milieu...
- X-Cachan 2003 Parmi les défauts d'ordre généraux rencontrés par le jury : le manque de recul sur leurs connaissances, via l'incapacité à distinguer ce qui est « évident » ou « trivial » de ce qui ne l'est pas, et plus généralement à doser leurs réponses : les correcteurs ont rencontré autant de démonstrations inutilement détaillées (par exemple de $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ ou la redémonstration des effets de la convergence uniforme) que de preuves manquantes (par exemple M triangulaire inversible implique M^{-1} triangulaire, résultat non trivial s'il en est).
- X-Cachan 2003 Noter qu'un candidat ne peut se permettre de citer le résultat sous prétexte qu'il l'a déjà vu en cours ; le programme officiel du concours détermine les connaissances autorisées. Il faut proscrire les expressions comme « d'après les théorèmes généraux » ou « vu dans le cours ».

Rigueur

- E3A 2011 Les copies ne sont pas toujours bien rédigées. Nous constatons une augmentation du nombre de copie constituées majoritairement de contre-sens, de calculs faux et d'incohérences.
- E3A 2011 Rappelons encore une fois, que tout résultat énoncé doit être justifié avec rigueur.
- E3A 2008 Mais dans un autre tiers des copies, on relève une méconnaissance certaine du cours, des suites d'affirmations gratuites tenant lieu de preuve, un manque flagrant de rigueur, voire une absence totale de raisonnement.
- E3A 2007 Il serait bon de signaler aux candidats qu'il ne suffit pas d'énoncer des résultats, même de façon péremptoire pour que ceux-ci soient valides : il est demandé dans une copie de concours de démontrer ce qui est avancé.
- Mines 2011 Les raisonnements sont souvent flous et approximatifs, parfois très lointains d'un raisonnement rigoureux et même d'un raisonnement mathématique. Les calculs sont souvent maladroits, compliqués, faux.
- Mines 2011 Les candidats doivent s'entraîner à *exposer avec clarté et rigueur* les raisonnements et les calculs. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle doivent être bannis.
- Mines 2010 Il y avait un certain nombre de questions d'un niveau de difficulté moyen, pour lesquelles les candidats se sont différenciés par la rigueur des solutions, les explications dans les calculs, et la qualité de la rédaction.
- Mines 2009 Soyez rigoureux dans vos démonstrations. Essayez d'expliquer logiquement vos réponses car les formules parachutées sont mal vues.
- Mines 2003 Certains candidats font preuve d'un laisser aller et d'un manque de rigueur grave.
- Mines 1998-2002 Pour pouvoir rédiger une solution de qualité, il est nécessaire de bien connaître et maîtriser les notions fondamentales, les définitions et les théorèmes du programme. Trop de candidats manquent de rigueur, ont une connaissance beaucoup trop approximative de certains résultats fondamentaux de leur cours, par exemple en ce qui concerne l'analyse réelle, les équations différentielles, l'intégration des fonctions, l'algèbre linéaire.
- Mines 2002 La plupart utilisent dans leur « démonstration » les objets dont il faut montrer l'existence.

- Centrale 2006 Il est curieux de constater que des carences perdurent tant au niveau de la rédaction qu'au niveau du contenu. Certains affirment « n'importe quoi »!
- Centrale 2004 Le jury aurait souhaité que les candidats fassent preuve [...] d'un effort de compréhension des problèmes et d'autocensure, qu'ils n'écrivent que des formules qui aient un sens [...], qu'ils aient le souci de toujours démontrer, ne jamais affirmer sans preuve.
- Centrale 2003 Une « affirmation » n'est pas une « démonstration » (et des calculs incompréhensibles, sans fil directeur clairement exprimé, à l'issue desquels on affirme pouvoir conclure n'entraînent jamais l'adhésion du correcteur).
- Centrale 2003 Le jury demande que les candidats fassent preuve d'un souci de rigueur constant et, reprenant le début de ce rapport car il s'agit d'une demande fondamentale, avoir la volonté de toujours démontrer, ne jamais affirmer sans preuve et toujours expliciter les idées directrices du raisonnement, ce qui permet de mieux en discerner les failles éventuelles ou le caractère indubitable.
- X-Cachan 2005 Certaines copies ne sont qu'une longue succession de lignes souvent redondantes, parfois contradictoires, sans articulations logiques (au correcteur de les deviner) parsemées de quantificateurs utilisés à mauvais escient ou en guise d'abréviations.
- X-Cachan 2005 Nous attirons également l'attention sur l'absence totale de rigueur des candidats en ce qui concerne les règles de logique de base. L'idée même de raisonnement semble totalement étrangère à certains.
- X-Cachan 2005 Il va de soi qu'écrire que « la question a été vue en exercice » ne constitue pas non plus une démonstration !

Clarté

- Mines 2011 Les candidats doivent s'entraîner à *exposer avec clarté et rigueur* les raisonnements et les calculs. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle doivent être bannis.
- Mines 2010 Les candidats doivent [...] s'entraîner à exposer avec clarté et rigueur les raisonnements. La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle doivent être bannis. Espérons que ces remarques pourront aider les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours.
- Mines 2008 La confusion, l'ambiguïté, voire le manque d'honnêteté intellectuelle doivent être bannis.
- Mines 2003 [Parmi les] défauts constatés les plus courants : le manque de clarté ou d'explications dans les questions délicates [et] le manque de soin dans la rédaction, les calculs, et l'interprétation des résultats.
- Centrale 2011 Les correcteurs considèrent que la rédaction de la plupart des copies laisse beaucoup à désirer. Les futurs candidats doivent absolument faire des efforts particuliers en ce sens et apprendre à rédiger de manière à la fois concise et précise. En effet, un raisonnement obscur, où certains arguments sont omis, mal compris ou même seulement imprécis, est toujours dévalorisé de façon significative par la notation. En outre, une rédaction claire des questions ou étapes intermédiaires d'un raisonnement aide les candidats eux-mêmes à mieux en comprendre le déroulement. Les correcteurs encouragent donc les élèves de classes préparatoires à progresser dans cette direction. Ils rappellent en outre que la pratique des mathématiques est un exercice faisant appel à une grande exigence intellectuelle et que lorsqu'un correcteur doit apprécier une rédaction inutilement embrouillée, le doute ne profite jamais au candidat.
- Centrale 2009-2010 Une rédaction claire des questions ou étapes intermédiaires d'un raisonnement aide les candidats eux-mêmes à mieux en comprendre le déroulement. Les correcteurs encouragent donc les élèves de classes préparatoires à progresser dans cette direction.

Centrale 2004 Les correcteurs ont souvent constaté que des candidats ne cherchent absolument pas à comprendre l'énoncé. Ils pensent pouvoir résoudre le problème en alignant des formules dont ils ignorent souvent la signification.

Précision

Mines 2010 Dans une démonstration, toujours citer avec précision la référence (n° de la question) d'un résultat antérieur que vous utilisez, *que celui-ci ait été démontré ou non*.

Centrale 2009-2010 Les correcteurs considèrent que la rédaction de la plupart des copies laisse beaucoup à désirer. Les futurs candidats doivent absolument faire des efforts particuliers en ce sens, et apprendre à rédiger de manière à la fois concise et précise. En effet, un raisonnement obscur, où certains arguments sont omis, mal compris ou même seulement imprécis, est toujours dévalorisé de façon significative par la notation.

Concision

CCP 2003 Pour conclure ce rapport, on peut souhaiter que les candidats fassent preuve de concision dans les questions classiques (raisonnements par récurrence, produits scolaires), en dégagant les arguments essentiels à la démonstration. Toutefois, ce souhait ne doit pas encourager à une rédaction schématique et insuffisante comme on le voit parfois. La phrase « ce qui se conçoit bien s'énonce clairement et les mots pour le dire arrivent aisément » reste d'actualité.

Mines 2003 Des candidats confondent bavardage mathématique et démonstration ; il faut distinguer entre épreuve de communication et devoir de mathématiques.

Centrale 2006 Inutile de « délayer » : le jury ne « paie » pas au nombre de pages ! Chaque question est affectée d'un coefficient et, si elle peut être résolue en trois lignes, il est inutile de mettre trois pages.

X-Cachan 2009 Certaines copies longues se sont retrouvées avec de très faibles notes alors qu'au contraire des plus courtes en ont obtenu d'excellentes.

X-Cachan 2008 On ne peut qu'insister sur l'importance de la précision et de la rigueur dans les justifications. Les copies les mieux notées ne sont pas les plus longues, ni celles qui abordent le plus grand nombre de questions, mais celles qui invoquent les *bons arguments*.

Résultats finals

CCP 2009 Il est [...] intolérable que les candidats n'achèvent pas les calculs simples : une réponse comme $d_4(t) = 8t^2(2t^2 - 1) - (4t^2 - 1)$ ou $16t^4 - 8t^2 - 4t^2 + 1$ ou $d_4(t) = 2td_3(t) - d_2(t)$ ($d_3(t)$ et $d_2(t)$ ayant déjà été calculés), ne peut donner tous les points prévus pour cette réponse. On rappelle que l'on attend des résultats achevés, un polynôme devant être présenté sous forme factorisée ou ordonné (avec un monôme par degré!).

CCP 2006 Signalons que $1 - 4(1 - \delta)$ n'est pas un calcul achevé et qu'il faut donner $4\delta - 3$ pour obtenir le total des points attachés à cette réponse.

CCP 2006 Donner des résultats achevés : polynômes ordonnés ou factorisés, expressions simplifiées au maximum.

Mines 1998 On est étonné du nombre de copies où les candidats ne prennent pas la peine de simplifier une expression du type $2^n/8^n$.

Mines 1998 Il faut [persuader les élèves] que lorsqu'on leur demande de calculer l'expression de a_n ils doivent s'y tenir et ne pas se contenter de donner celle de a_{n+1} .

Utilisations de dessins

Mines 2011 Une figure (pas seulement en géométrie d'ailleurs) sera toujours bien accueillie, elle permet de faciliter le raisonnement (mais ne constitue pas une preuve).

Centrale 2000 Doit-on rappeler qu'un « dessin » ne démontre rien, mais n'a aussi rien de déshonorant et évite aussi bien souvent de dire des contrevérités grossières ?

Centrale 2000 Faire un « dessin » ou considérer un exemple concret simple (au « brouillon » ou sur la feuille d'examen, suivant les cas) ne permet évidemment pas de démontrer une assertion mais conduit souvent à mieux appréhender un problème et évite généralement des erreurs grossières.

X-Cachan 2009 [Dans certaines questions,] un dessin doit absolument appuyer les calculs.

Esprit critique

E3A 2011 Il est [...] étonnant que l'on trouve dans de nombreuses copies [que] le dessin soit en flagrante contradiction avec l'étude.

Mines 2011 Les candidats ont souvent peu d'esprit critique sur ce qu'ils écrivent.

Mines 2011 Rester cohérent : des intégrales simples qui se transforment en intégrales doubles (ou inversement), c'est plutôt surprenant.

Mines 2010 [Certains candidats] ont parfois très peu d'esprit critique sur ce qu'ils écrivent.

Centrale 2011 Comme les années précédentes, certains candidats (une majorité cette année !) semblent perdre tout jugement critique le jour du concours.

Centrale 2000-2001 La nervosité normale d'un jour de concours ne suffit pas à expliquer des erreurs [...] grossières et les candidats ont le droit (et même le devoir) de se demander parfois si leurs assertions « peuvent » être exactes, voire ne pas être complètement dénuées de sens. Il semble que ce manque de logique, qu'on observait déjà les années précédentes, aille en s'aggravant et les candidats doivent être sensibilisés à ce problème, peut-être plus important encore que l'acquisition de connaissances.

Erreurs d'énoncé

Mines 2001-2002 Il serait sage de la part des candidats de se montrer plus circonspects lorsqu'il pensent – souvent hâtivement – avoir détecté une erreur d'énoncé, alors qu'ils devraient avoir plus d'esprits critique sur leur travail personnel.

§ 4. Organisation du temps

Mines 1998 Le conseil le plus important est assez difficile à suivre : c'est celui de ne pas s'affoler si un problème présente des difficultés dans sa partie initiale et si on a le sentiment de n'en maîtriser qu'une faible part. Les autres candidats ne sont peut-être pas mieux lotis et le barème en tiendra compte. [De plus, une partie ultérieure peut être] l'occasion de reprendre pied, [avec] une bonne proportion en était facile et indépendante du reste [de façon à pouvoir obtenir] des notes très raisonnables malgré un début manqué.

Lecture de l'énoncé

CCP 2011 L'équipe des concepteurs et des correcteurs [...] conseille une lecture attentive de l'énoncé car il contient des indications essentielles.

CCP 2004 Parmi les conseils que l'on peut donner aux étudiants pour améliorer leur note à l'écrit : [...] lire attentivement les énoncés.

CCP 2007 Devant les points perdus par des candidats qui ont consacré trop peu de temps à des questions qui étaient à leur portée, on peut recommander une lecture attentive du sujet et un temps de réflexion minimum consacré à chaque question abordée.

Mines 2011	Soyez très attentifs aux détails des énoncés.
Mines 2011	Lire attentivement le texte de l'énoncé d'une question. Il n'est pas normal de se lancer dans une récurrence ou une formule du binôme alors que le texte indique un paramètre réel compris strictement entre 0 et 1 ! [...] Soyez beaucoup plus attentifs à appréhender le contexte d'une question ou d'un groupe de questions.
Mines 2011	L'énoncé est souvent insuffisamment lu.
Mines 2008-2010	Le candidat doit prendre le temps nécessaire pour lire attentivement l'énoncé, pour réfléchir, pour rédiger, et pour relire la rédaction définitive.
Mines 2006	Il faudrait commencer une épreuve en lisant la totalité du sujet, ce qui permet d'assimiler les notations et d'essayer de comprendre le but du problème.
Centrale 2000	Lire soigneusement le début de l'énoncé et se conformer aux définitions qui y sont données tant que l'on n'a pas prouvé leur équivalence avec d'autres.
X-Cachan 2005	Certains candidats [abandonnent] sans même avoir lu l'énoncé jusqu'au bout ! [Il peut y avoir des questions évidentes même vers la fin.]

Utilisation du brouillon

Mines 2011	Certains candidats agissent avec beaucoup trop de précipitation, aussi bien dans le raisonnement que dans les calculs. Certains, manifestement, ont une maîtrise insuffisante dans l'art du calcul. Ils devraient faire un premier calcul au brouillon, ce qu'ils ne font pas, et ainsi, sans en être conscients, rendent leur brouillon pour la correction.
Mines 2002-2003	Rappelons le rôle essentiel joué par la réflexion préalable et le travail au brouillon, avant de procéder à la rédaction définitive.
Mines 2001	Beaucoup de candidats calculent trop vite et avec trop peu de soin par rapport à leurs possibilités personnelles, et ne font pas au brouillon les vérifications élémentaires qui leur permettraient de détecter la plupart des fautes commises. Certains rédigent directement sans réflexion préalable, alors qu'ils ne peuvent pas se le permettre. Les copies confuses ou mal présentées sont évidemment pénalisées
Mines 2001	Il est indispensable de réfléchir préalablement au brouillon, avant de rédiger la solution définitive.
Mines 1998	Il semble qu'une proportion non négligeable de candidats, pour gagner du temps, ne fassent pas de recherche préalable au brouillon, et rédigent directement la copie qu'ils vont rendre. En fait, sans en prendre conscience, ils rendent un travail qui est un brouillon, avec des solutions fausses, maladroites ou incomplètes, qu'ils sont parfois amenés à corriger d'une manière très inesthétique. Ces travaux sont évidemment très faiblement récompensés.
Centrale 1999	Enfin, beaucoup de candidats pensent peut-être que faire un brouillon puis recopier est une perte de temps. Cela explique le peu de soin de certaines copies (ratures, renvois), mais surtout les raisonnements ou calculs qui s'étendent sur plusieurs pages mais n'aboutissent pas, sans compter les nombreuses pages blanches, pour le cas où la question abandonnée serait reprise plus tard. Pour ces candidats, la note finale est loin d'être en rapport avec le nombre de copies doubles rendues, les plus prolixes ont été sanctionnés.

Grappillage

E3A 2011	Certains candidats cherchent à grappiller des points sur les questions simples et n'abordent pas celles qui sont plus délicates. D'autres essaient d'aborder les exercices dans leur globalité. Cette deuxième attitude mérite d'être encouragée.
----------	---

E3A 2011	Nous regrettons le « papillonage » : il est dommage que bon nombre de candidats n'arrivent pas à mener à terme leur raisonnement ou leur calcul et s'arrêtent sitôt la première difficulté rencontrée.
E3A 2009	Le bon sens et la rigueur ne doivent pas être sacrifiés à une sorte de fuite en avant pour « grappiller » des points.
Mines 2011	Il y a beaucoup trop de candidats qui essaient de traiter un maximum de questions pendant le temps imparti, au détriment de la qualité des solutions.
Mines 2010	Il était possible de traiter rapidement et rigoureusement un certain nombre de questions faciles.
Mines 2010	Rappelons qu'il vaut mieux faire une rédaction de qualité des solutions des questions que l'on sait traiter dans le temps imparti, plutôt que de vouloir à tout prix traiter la totalité du problème.
Mines 2010	Ne pas chercher à aller le plus loin possible mais essayer plutôt de vous faire comprendre (le grappillage n'est pas interdit mais n'est pas toujours rentable).
Mines 2008-2009	Rappelons qu'il vaut mieux faire une rédaction de qualité des solutions que l'on sait traiter dans le temps imparti, plutôt que de vouloir à tout pris traiter la totalité du problème.
Mines 2009	Répondez clairement à la question posée et prenez garde aux grappillages.
Mines 2005	Rappelons aussi le danger qu'il peut y avoir à vouloir à tout prix fournir une solution pour chaque question, indépendamment de la qualité de ce que l'on a à proposer, attitude gravement préjudiciable pour la note finale. Il vaudrait bien mieux que chaque candidat se limite aux questions qui sont à sa portée, dans le temps imparti, et propose une solution rigoureuse, sans compromis sur la qualité.
Mines 2004	Doit-on dissuader totalement les candidats de "grappiller" des points dans la partie du problème qu'ils n'auront eu le temps que de survoler ? Il faut dire qu'en toute franchise, un peu d'opportunisme dans ce problème pouvait rapporter des points, car de nombreuses questions pouvaient être résolues rapidement et indépendamment. Mais tous les problèmes ne sont pas de ce type, loin de là, et l'extrême danger de ce « grappillage » est de risquer de ne pas prendre le temps de réfléchir de son mieux à la signification du problème. Dans celui-ci, il était essentiel de bien comprendre les notations et les questions du début. Une réflexion soignée à ces questions du début était par contre récompensée : une copie, certes loin d'être brillante, mais cohérente, qui ne dépassait pas la question 4 (sur 19 !) s'est vu attribuer une note qui ne compromettrait nullement sa réussite au concours !
Mines 1998-2003	Les trois défauts constatés les plus courants sont d'une part le manque de clarté ou d'explications dans les questions délicates, d'autre part le « grappillage » de questions insignifiantes, et enfin le manque de soin dans la rédaction, les calculs, et l'interprétation des résultats.
Mines 2003	Trop de candidats veulent participer à toutes les questions, ce qui se fait au détriment de la qualité des solutions, ce qui est pourtant le point essentiel.
Mines 2000-2001	Il serait souhaitable que chacun s'applique à rédiger des solutions sans compromis sur la qualité, en y consacrant le temps et le soin nécessaires.
Mines 1999	Trop de candidats survolent les questions, les traitent de façon très superficielle, comme si l'important était de participer à chacune de ces questions, indépendamment de la qualité de ce qu'ils ont à y exposer.
Mines 1998	Beaucoup de candidats se trompent sur la difficulté réelle des questions. Le correcteur admet assez mal qu'un candidat saute les questions faciles du début ou du milieu, ou propose pour ces questions des simulacres de démonstration, et s'attaque à des questions ultérieures ou finales, beaucoup plus consistantes en moyenne, et hors d'atteinte de son niveau conceptuel. Une proportion importante des copies touche à toutes les questions, y compris celles qui dépassent complètement les possibilités de

leur auteur, souvent pour mériter finalement une très faible note. Nous souhaitons que les candidats comprennent bien qu'il ne peuvent pas obtenir de points pour des solutions approximatives et non rigoureuses, et qu'ils ne doivent pas sacrifier la qualité de ces solutions.

Mines 1998 Certains candidats essaient de résoudre les questions sans tenir compte de la structure logique du problème, ce qui est évidemment catastrophique. Il vaudrait mieux que chaque candidat s'applique à traiter correctement les questions qui sont à sa portée, en y consacrant tout le temps et tout le soin nécessaire.

Mines 1998 Trop de candidats, mettant un point d'honneur à « traiter » toutes les questions, écrivent deux ou trois lignes pour chacune, en terminant par le résultat annoncé dans l'énoncé, espérant une fois de plus faire illusion.

Mener les calculs à leurs termes

Mines 1998 Des calculs conséquents et menés à terme sont payants et différencient beaucoup les candidats.

Centrale 2000 Savoir que les épreuves de mathématiques sont constituées tout à la fois de raisonnements parfois très subtils, mais aussi de calculs concrets qu'il faut courageusement mener à leur terme.

Relecture

Mines 2008-2010 Le candidat doit prendre le temps nécessaire pour lire attentivement l'énoncé, pour réfléchir, pour rédiger, et pour relire la rédaction définitive.

Mines 1998 En ce qui concerne les calculs, il y a souvent des fautes grossières, qui pourraient être évitées avec un minimum de soin et de vérifications.

Centrale 1999 [Le type] d'erreurs grossières que l'on peut éviter [...] doit être éliminé par une relecture soignée de sa copie.

§ 5. Calculatrices lors de l'écrit

En PSI, la calculatrice n'est autorisée à l'écrit qu'aux CCP et à Centrale.

Notice CCP Lorsque [l'utilisation de la calculatrice] est autorisée pour une épreuve, il en est fait mention sur la convocation et sur le sujet. Sont autorisées toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante ni de dispositif externe de stockage d'informations (cassettes, bandes magnétiques, etc.).

– L'échange de machines entre les candidats est strictement interdit ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.

– Le candidat ne doit utiliser qu'une calculatrice par épreuve.

– Le changement de modules mémoires amovibles ou de calculatrice est interdit en cours d'épreuve.

– Chaque calculatrice doit porter, de manière indélébile, le nom du candidat.

– Les documents d'accompagnement tels que les notices fournies par les constructeurs sont interdits.

– Une calculatrice scientifique programmable pourra être nécessaire pour certaines épreuves.

Sauf prescriptions particulières à certaines épreuves, les calculatrices de poche sont autorisées, quel que soit leur modèle, à condition qu'elles soient autonomes et qu'elles ne comportent pas de dispositif d'impression, ni de dispositif externe de stockage d'information (cassettes, bandes magnétiques, etc.). L'échange de modules mémoires amovibles est interdit en cours d'épreuve. Chaque calculatrice devra porter, de manière indélébile, le nom du candidat. Les documents d'accompagnement sont interdits. Les candidats peuvent apporter, en salle de composition, plusieurs calculatrices conformes aux spécifications précédentes, mais ne doivent en placer qu'une seule sur leur table.

Utilisation de la calculatrice

- CCP 2010 La rédaction de la question II.2, qui porte sur un exemple, peut être simplifiée par l'utilisation de la calculette, qui donne la valeur du déterminant.
- CCP 2008 On peut noter que la calculatrice est sous-utilisée (un long calcul pour obtenir un polynôme caractéristique faux). Toutefois, on remarque avec plaisir que des étudiants n'hésitent pas à justifier un calcul simple par un honnête « résultat obtenu avec la calculette » qui met en confiance le correcteur.
- CCP 2007 On peut noter que la calculatrice est sous-utilisée. Toutefois, on remarque plusieurs candidats qui n'hésitent pas à justifier un calcul simple par « résultat obtenu à la calculette », qui met en confiance le correcteur. Signalons enfin que quelques candidats ont traité l'intégralité du problème.
- CCP 2006 Signalons [...] que la calculatrice étant autorisée, certaines réponses peuvent découler de son utilisation, la justification étant alors de préciser que c'est par ce moyen qu'elles sont obtenues.
- CCP 2004 La quatrième partie [...] permettait d'utiliser des résultats d'analyse : développement limité (parfois avec l'aide d'une calculatrice).

II. ÉPREUVES ORALES

§ 1. Tableau récapitulatif des épreuves orales

concours	préparation	tableau	maple	calculatrice	nb. exercices
ENSAM	-	30 min	30 min	-	2 exercices (1 tableau + 1 maple)
CCP	30 min	30 min	-		2 exercices (1 algèbre + 1 analyse)
Centrale (Maths I)	30 min	30 min	-	oui	2 exercices (algèbre/analyse)
Centrale (Maths II)	30 min	-	30 min	-	2 exercices (algèbre/analyse)
Mines	<i>variable</i>	45-60 min	-	oui	2 exercices (au moins) (algèbre/analyse)
X/Cachan	30 min	30 min	-		1 exercice (au moins)
ICNA	-	30 min	-		
ENSEA/ENSIEE	20 min	20 min	-		2 exercices ou 1 exercice + cours
INT	-	30 min	-		2 exercices (1 analyse + 1 algèbre)
ENSSAT	30 min	25 min	-	-	2 exercices (1 analyse + 1 algèbre)
Petites Mines	20 min	30 min	-		
TPE/EIVP	30 min	30 min	-		
St-Cyr	30 min	25 min		-	2 exercices (1 tableau + 1 Maple)
École de l'Air	30 min	30 min	-	-	
Navale	-	30 min	-		2 exercices
ENSAIT	-	30 min (?)	-		
ESIEA	20 min	20 min	-		

§ 2. Connaissance du cours pour l'oral

BanquePT 2010

Les conseils que l'on peut donner aux futurs candidats sont des conseils de « bon sens » que leur ont certainement déjà donné leurs enseignants :

	<ul style="list-style-type: none"> - Étudier soigneusement son cours, connaître les hypothèses précises d'application des théorèmes. Un énoncé de théorème n'est pas un texte vague que l'on peut utiliser comme incantation lors d'un exercice. - Ne pas faire d'impasse dans le programme, y compris celui de 1ère année. . . Toute partie peut faire l'objet d'un exercice à l'oral.
ENSAM 2010	<p>Le jury rappelle quelques conditions pour bien aborder l'oral de mathématiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - connaître le cours et savoir énoncer clairement les théorèmes ; - s'entraîner à Maple ou Mathematica par la résolution de quelques exercices de base ; - et surtout d'être capable de mettre en place une démarche de résolution.
CCP 2011	<p>En général, les cours d'algèbre et d'analyse de deuxième année sont connus, preuve d'un travail méthodique et sérieux. En revanche, nombre de notions ou de techniques étudiées en première année ne semblent plus disponibles pour de nombreux étudiants, qui sont pourtant capables de résoudre un exercice assez difficile mais n'utilisant que des notions de deuxième année.</p>
CCP 2011	<p>Si les théorèmes importants d'analyse sont bien connus, leur application à la résolution d'un exercice est souvent difficile, les notions intervenant n'étant que partiellement assimilées. Le candidat a beaucoup de mal s'il doit, par exemple, intégrer terme à terme une série de fonctions et s'il doit choisir entre plusieurs théorèmes du cours.</p>
CCP 2010	<p>Rappelons que les questions posées portent sur l'ensemble des programmes de première année PCSI et de deuxième année PSI.</p>
CCP 2010	<p>Les principales difficultés proviennent souvent d'une mauvaise assimilation de notions introduites dans le cours, mais aussi d'un manque de rigueur ou de précision sur les hypothèses (ou les conclusions) d'un théorème.</p>
CCP 2010	<p>Les théorèmes importants [d'analyse] sont connus et cités correctement ; les difficultés concernent l'application de ces théorèmes à l'exercice proposé.</p>
CCP 2009	<p>Les théorèmes importants de deuxième année PSI sont en général bien connus et cités correctement, mais ils sont assez souvent mal maîtrisés et leur utilisation se révèle compliquée à cause des difficultés d'ordre technique rencontrées par le candidat : les inégalités sont maltraitées, les valeurs absolues souvent oubliées, chercher un équivalent ou un majorant est très souvent une épreuve difficile, il en est de même pour utiliser un développement limité. Les étudiants doivent savoir et avoir compris avec précision les théorèmes du cours, et se souvenir que pour démontrer un résultat, par exemple un échange entre limite et intégrale, s'ils ont le choix entre convergence uniforme et convergence dominée, ils doivent choisir un théorème et en vérifier soigneusement les hypothèses.</p>
CCP 2009	<p>Pour la plupart des candidats, quand le cours est correctement su, les défaillances sont dans son application pour un exercice : soit les termes du théorème utilisé ne sont pas bien assimilés ou bien ils font appel à des notions peu claires dans l'esprit du candidat, soit les difficultés sont d'ordre technique, lenteur voir impossibilité à effectuer certains calculs simples et classiques ou par exemple, incapacité à trouver un majorant.</p>
CCP 2006	<p>Un grand nombre de candidats ne maîtrisent pas du tout les notions les plus élémentaires, ils s'accrochent à quelques théorèmes appris par coeur ou cherchent à reproduire tel ou tel exercice traité en cours d'année mais pas toujours bien assimilé. Les connaissances sont plus ponctuelles et l'on assiste fréquemment à l'audition d'un candidat plutôt brillant sur une partie du sujet et que la deuxième partie du sujet laisse totalement sans idée.</p>
CCP 2004	<p>De façon générale, on peut remarquer que les théorèmes élaborés de deuxième année (par exemple de convergence monotone ou dominée) sont (relativement) mieux connus que certains résultats plus simples. Dans le même sens, de nombreux candidats énoncent correctement un théorème mais sont dans l'incapacité d'appliquer leur cours</p>

aux circonstances d'un exercice.

- CCP 2003 [Dans les gros théorèmes de convergence (monotone, dominée, ...)], il est très rare que les hypothèses soient citées correctement.
- Mines 2011 Il est nécessaire de citer entièrement les théorèmes utilisés.
- Mines 2010 Les hypothèses des théorèmes ne sont pas, généralement, clairement citées. On se contente souvent de survoler quelques vérifications sans que cela soit fait de façon exhaustive et systématique.
- Mines 2009 Si le cours est « su » (la majorité est capable d'énoncer les théorèmes de façon satisfaisante), l'application de ces théorèmes semble beaucoup plus ardue. On constate également une incapacité à relier les questions et les chapitres du cours.
- Mines 2008 Le principal aspect positif qui ressort de notre bilan est une meilleure connaissance du cours. Les candidats commencent peut-être à comprendre que si leurs professeurs et les rapports des années précédentes insistent autant sur ce point, c'est qu'il y a sûrement une raison. Certes, tout est loin d'être parfait. Nous regrettons souvent une trop grande approximation dans la connaissance des définitions et des énoncés de théorèmes. Mais peu sont totalement méconnus, et ce, sur la totalité des programmes des classes de PCSI et de PSI que nous nous efforçons de « balayer » le plus possible. [Rappelons qu'en] Mathématiques, une définition presque correcte est inexacte. Un énoncé de théorème dont les hypothèses ne sont pas connues précisément, c'est comme une voiture sans roues : ça ne sert pas à grand chose.
- Mines 2008 [Nous renvoyons] les candidats à l'essentiel : *apprendre son cours*, entraîner ses « petites cellules grises », pour reprendre l'expression d'un célèbre personnage à moustaches cher à Agatha Christie, et faire preuve d'un minimum d'inventivité le jour J, sans se fermer comme une huître.
- Mines 2007 Malheureusement, l'énoncé des théorèmes utilisés (Dirichlet, formule de Parseval, théorèmes de convergence dominée, intégrales à paramètre, condition nécessaire et suffisante de « diagonalisabilité »...) reste encore très souvent imprécis : les hypothèses sont trop rarement vérifiées quand l'énoncé ne se réduit pas à une formule magique.
- Mines 2006 L'évaluation de la prestation du candidat tient compte des éléments suivants : maîtrise du cours, présentation, organisation et rigueur de l'exposé, précision du langage, esprit critique, qualités d'imagination et de dialogue. La connaissance du cours, pour la majorité des candidats, n'est qu'approximative et, pourtant, elle est tout à fait indispensable pour cette épreuve : il s'agit souvent d'imaginer, de conjecturer puis de vérifier. L'étude satisfaisante, en temps limité, d'un « problème ouvert » n'est guère envisageable sans un recul certain vis-à-vis du programme. [...] On constate que les hypothèses précises des théorèmes employés ne sont généralement connues qu'avec imprécision ou ne sont que rarement vérifiées (exemples : théorème de Stone-Weierstrass, dérivation « sous le signe intégral », séries de Fourier, fonctions de plusieurs variables, théorème de Cauchy-Lipschitz, etc...). Il semble même que les « théorèmes sans hypothèses » soient légion !
- Mines 2005 Ce qui est surprenant, c'est que le principal problème rencontré par de nombreux candidats, et la source de leur incapacité à résoudre des problèmes, est facilement analysable : une méconnaissance, parfois même une profonde ignorance, du COURS. Trop de candidats ignorent des démonstrations élémentaires de théorèmes importants, s'avèrent incapables d'effectuer une application directe de théorèmes du cours, de plus en plus ignorant même des énoncés de théorèmes figurant au programme ou des définitions. Les hypothèses précises des théorèmes employés ne sont pas connues ou pas vérifiées, quand il ne s'agit pas du nom... (exemples : séries de Fourier, fonctions de plusieurs variables, théorème de convergence dominée, etc...). Il semble inutile de souligner que l'examinateur n'est dans ce cas pas enclin à la plus grande bienveillance... Nous sommes professeurs, nous connaissons ce problème avec nos propres élèves, et nous ne pouvons qu'abonder dans le sens des professeurs de nos candidats : l'apprentissage du cours est la base, l'impératif, la condition *sine qua non*... Le principal conseil que nous pouvons donner aux candidats des sessions ultérieures

est donc tout à la fois clair, simple et d'une redoutable efficacité pour les écrits comme pour les oraux :

APPRENEZ VOTRE COURS

- Mines 2003-2004 Le cours n'est pas su, ou imparfaitement maîtrisé par de nombreux candidats. Pourtant, une connaissance sans faille des concepts et des théorèmes du cours est indispensable pour réussir cette épreuve. [...] Les hypothèses précises des théorèmes employés ne sont jamais vérifiées (exemples : théorème de Dirichlet, fonctions de plusieurs variables, changement de variable dans les intégrales, conséquences usuelles du théorème de la convergence dominée, etc.).
- Mines 2004 On retiendra [que] la mauvaise connaissance du cours handicape de trop nombreux candidats : une très bonne connaissance des définitions et théorèmes (surtout de leurs hypothèses. . .) se révèle essentielle.
- Mines 2003 La mauvaise connaissance du cours handicape de très nombreux candidats : une très bonne connaissance des définitions et théorèmes se révèle essentielle.
- Mines 2002 Le cours est, en général, su de manière trop approximative pour que cela puisse être efficace. Une très bonne connaissance des définitions et théorèmes du programme est primordiale, son absence est sanctionnée.
- Mines 1999 Une bonne connaissance et une bonne assimilation du cours sont fondamentales pour réaliser, même sans dispositions exceptionnelles, une prestation satisfaisante.
- Centrale 2010 De trop nombreux candidats ont gâché leur prestation en essayant de caser à tout prix des résultats hors programme (par exemple sur la réduction des endomorphismes), dont ils ne connaissent ni la portée ni la moindre démonstration. L'emploi de tels résultats a été lourdement sanctionné lorsqu'il s'accompagnait de lacunes sur les notions de base sous-jacentes.
- Centrale 2010 Les candidats peinent toujours à citer avec exactitude une définition ou un énoncé de théorème, certains sont même désemparés lorsqu'on leur demande de le faire.
- Centrale 2010 La réussite à l'oral passe avant tout par une bonne maîtrise des concepts de base et une bonne connaissance du cours. On attend du bon sens, des raisonnements cohérents et rigoureux. Le candidat gagne toujours à exposer clairement ses idées, y compris leurs limites, à distinguer ce qu'il conjecture de ce qu'il prouve, ou encore à expliquer le plan de sa preuve avant de passer aux détails techniques. Le simple fait de préciser les théorèmes utilisés, et d'en vérifier les hypothèses de sa propre initiative, permet de marquer des points. On apprécie également le candidat qui conduit ses calculs au lieu de les subir, celui qui s'aide d'un dessin, d'un schéma, par exemple le cercle trigonométrique ou le triangle de Pascal quand cela est utile.
- Centrale 2010 Dans les questions de cours, les énoncés doivent être donnés en bon français, en respectant les règles de cohérence et de rédaction des textes mathématiques. Le jury regrette l'incapacité de nombreux candidats à énoncer un théorème, et surtout à donner une définition de manière conforme aux usages. Rappelons quelques règles de base :
- Tout objet utilisé dans une formule doit être introduit avant la formule, par « soit », par « il existe », ou par « pour tout ». Par exemple, dans l'énoncé du théorème de convergence dominée, si un candidat énonce la condition de domination sous la forme « pour tout (x, t) , $|f(x, t)| \leq \varphi(t)$ avec φ fonction positive intégrable sur I », on ne peut valider son assertion : le φ est défini après avoir été utilisé, et le « avec » ne rend pas compte de la quantification dans la formule.
 - Une définition doit impérativement comporter l'une des deux locutions « on appelle » ou « on dit que ». Dans une définition, « on appelle » ne doit pas être suivi d'un article (sinon, l'expression « on appelle » a le sens de « on entre en contact avec »).
 - Comme à l'écrit, l'usage de « pour » utilisé seul est toujours compté faux. Par exemple, quand un candidat dit « la série converge pour $\alpha > 1$ », on ne sait pas si le « pour » remplace un « si », un « seulement si » ou un « si et seulement si ». C'est

pourquoi il est compté faux.

– Certaines notions mathématiques ne peuvent pas être employées sans un élément qui les précise. Par exemple, « soit f une fonction » doit obligatoirement être accompagné de « de X dans Y », où X et Y sont les ensembles de départ et d'arrivée de la fonction. Le mot « intégrable » est forcément suivi de « sur... » etc.¹

– Respecter les modes : indicatif pour ce qui est, subjonctif pour les hypothèses, etc. Les examinateurs ne peuvent accepter ni « pour tout x appartient à E », ni « il faut que f est continue ».

– Les articles définis et les articles indéfinis ne sont pas interchangeables : si l'on dit « E est l'ensemble des combinaisons linéaires de u et v », ce n'est pas la même chose que « E est un ensemble de combinaisons linéaires de u et v ».

Ces remarques s'appliquent bien sûr aussi aux démonstrations.

- Centrale 2009 Certaines définitions sont mal connues : rayon de convergence, fonction intégrable, forme différentielle fermée ou exacte. Les démonstrations du cours semblent totalement oubliées (rayon de convergence de la série entière dérivée, critère spécial des séries alternées).
- Centrale 2009 Les candidats répondent la plupart du temps assez bien aux questions de cours « pures » (énoncés et définitions). Des questions comme « Quelles sont les méthodes pratiques pour... » ont beaucoup moins de succès.
- Centrale 2009 Des questions de cours peuvent être posées à différents moments de l'épreuve ; parfois elles figurent sur le sujet imprimé distribué au candidat, parfois elles sont posées à l'occasion d'un théorème utilisé dans une question. Dans tous les cas, les questions de cours sont liées à l'exercice, et l'évaluation d'une telle question porte autant sur la connaissance brute que sur la capacité à mettre en oeuvre une notion ou un théorème ; les questions de cours ne sont jamais posées pour elles-mêmes. Dans une question de cours, on attend des candidats qu'ils donnent en bon français les définitions ou les théorèmes, avec toutes les hypothèses mathématiques.
- Centrale 2008 Lors du passage au tableau, le candidat présente ses solutions, à défaut les pistes qui lui sont venues à l'esprit durant sa préparation sur table. De nombreuses questions lui sont alors posées quant aux arguments de cours utilisés, afin d'évaluer d'une part le niveau de ses connaissances, d'autre part le degré de maîtrise de celles-ci.
- Centrale 2008 Lors du passage au tableau, le candidat présente ses solutions, à défaut les pistes qui lui sont venues à l'esprit durant sa préparation sur table. De nombreuses questions lui sont alors posées quant aux arguments de cours utilisés, afin d'évaluer d'une part le niveau de ses connaissances, d'autre part le degré de maîtrise de celles-ci.
- Centrale 2008 La réussite à l'oral passe avant tout par une bonne maîtrise des concepts de base et une bonne connaissance du cours. [...] Le simple fait de préciser les théorèmes utilisés, et d'en vérifier les hypothèses de sa propre initiative, permet de marquer des points.
- Centrale 2007 Les définitions générales doivent être connues et le candidat doit être en état de les utiliser ; il serait bon d'éviter de réduire les connaissances à de simples repères techniques : par exemple : la projection orthogonale d'un vecteur sur un sous-espace vectoriel possède une définition qui ne peut se confondre avec une combinaison linéaire de produits scalaires, qui est la formule qui permet *parfois* de la calculer ; de même une rotation dans $\mathbb{R}^3$ n'est pas une matrice particulière, et ne peut pas non plus être définie comme une application, qui dans une base « idéale » serait représentée par une matrice « simplifiée ».
- Centrale 2006 Apprendre son cours, c'est-à-dire être capable de donner une définition précise, d'énoncer un théorème complètement ; savoir utiliser ces concepts et ces résultats. Cela ne s'improvise pas et le travail effectué pendant les années de préparation est évidemment déterminant. Ne pas oublier que les défauts seront plus visibles à l'oral qu'à l'écrit, tout simplement parce que l'examineur est présent : il peut interroger le candidat sur les hypothèses ou sur les conséquences d'un théorème ; il peut demander

1. De même pour « converge uniformément » ou « converge normalement ».

des compléments d'information sur un concept qui semble flou, faire remarquer qu'un calcul est mal établi ou qu'un raisonnement proposé est en défaut. Et il veillera en plus à la qualité de l'expression.

- Centrale 2004 On pourrait croire qu'il n'a été tenu aucun compte des remarques faites dans le rapport 2003, particulièrement concernant le cours, si bien qu'une bonne partie des interrogations s'est bornée à faire préciser le sens des identificateurs et les propriétés premières des objets sans qu'aucune question soit résolue. Au surplus trop de candidats ont été « abrutis » (ou largement desservis) par des résultats hors programmes qui n'ont fait qu'aggraver leur incapacité à toute forme d'autonomie intellectuelle. Pour faire une interrogation brillante il suffisait de savoir de quoi on parlait et d'être capable d'un bon sens élémentaire.
- Centrale 2003 Le cours très mal connu : les candidats n'ont aucune idée de l'importance des hypothèses de validation des résultats qu'ils utilisent. Ils apprennent le cours par coeur sans vraiment le comprendre et l'utilisent comme une boîte noire ce qui nuit fortement à leur capacité à avoir la moindre idée sur un exercice non traité auparavant.
- Centrale 2001 De façon plus générale, les retours aux définitions sont souvent problématiques : certains candidats peuvent ainsi donner pendant quelques minutes l'impression d'une certaine aisance, et donc bénéficier d'un préjugé favorable jusqu'à ce que la nécessité de revenir aux définitions des concepts employés mette à jour d'énormes lacunes, et fasse la preuve d'un manque total de compréhension, remplacé (si on peut dire !) par l'accumulation de réflexes stéréotypés. Rappelons-le cette année encore : on ne tiendra pas rigueur à un candidat de ne pas avoir vu une « astuce » ; en revanche on sanctionnera lourdement la méconnaissance des définitions fondamentales même (et surtout !) si elle est masquée par une utilisation intempestive de résultats hors programme.
- Centrale 2000 Rappelons que la connaissance du cours est primordiale. Le jury se montrera en général compréhensif devant un petit manque d'imagination, ne pénalisera que très peu un candidat passé à côté d'une astuce ; en revanche il sanctionnera lourdement la méconnaissance des notions et théorèmes au programme.
- Centrale 2000 Toutes les parties du programme peuvent donner lieu à des exercices ou des questions. Toute impasse est suicidaire.
- Centrale 1999 Nombreuses difficultés pour les démonstrations « à la main », où il faut revenir aux définitions (et d'abord *écrire* ces définitions).
- X-Cachan 2007 Le « portrait mathématique type » d'un admis repose sur une solide connaissance du programme : sa grande familiarité avec les notions du cours lui permet de les mettre en oeuvre.
- X-Cachan 2004 [Un] des points forts des candidats [doit être] une connaissance solide du programme [...] avec la citation des théorèmes appropriés. [...] Par contre nous regrettons la tentation renouvelée (stigmatisée dans l'épreuve écrite, moins forte ici) de s'abriter derrière des formules et des grands noms (« d'après le théorème de un tel ») plutôt que de comprendre en quoi le résultat s'applique. Ces théorèmes ont des hypothèses qu'il faut vérifier.
- X-Cachan 2004 [Un des] défauts les plus souvent rencontrés [est] une méconnaissance du fonctionnement des résultats [que les candidats] citent, souvent de façon incantatoire et parfois de travers ; à titre d'exemple le théorème de Cauchy-Lipschitz (fondamental !), souvent mentionné, mais fréquemment avec des hypothèses incomplètes ou défectueuses et avec des conséquences erronées ; son sens (voire son interprétation géométrique dans un cas simple) échappe à la grande majorité des candidats ; autres exemples : appliquer le théorème des accroissements finis à une fonction seulement continue, un théorème de Rolle à une fonction à valeurs complexes...
- École de l'air 2010-2011 L'oral du concours comporte une épreuve de Mathématiques portant sur le programme des deux années de classes préparatoires. [...] Chaque sujet comprend deux exercices portant sur des parties différentes du programme.

École de l'air 2008-2009	Lors du déroulement de l'épreuve, l'examinateur vérifie la connaissance du cours, en posant éventuellement des questions. Il peut être demandé au candidat d'écrire explicitement au tableau l'énoncé d'un théorème.
École de l'air 2009	Les hypothèses de certains théorèmes sont approximatives.
École de l'air 2008	Les hypothèses de certains théorèmes ne pas connues [...] ; il faut aussi éviter de donner beaucoup d'hypothèses en espérant que l'examinateur éliminera de lui-même celles qui sont inutiles.
ENSEA-ENSIEE 2010	<p>Le sujet comprend, selon les examinateurs, soit une question de cours et un exercice, soit deux exercices, et portent sur des parties différentes du programme. Dans ce dernier cas, un au moins des exercices est très proche du cours et le candidat sera examiné sur ses connaissances du cours pendant sa résolution des exercices [ou] dans les dernières minutes de l'oral.</p> <p>[...] La question de cours porte sur une ou plusieurs définitions, un ou plusieurs théorèmes. Parfois, si le programme l'autorise, la démonstration des théorèmes peut être demandée. Il s'agit toujours de propositions importantes du programme.</p> <p>Le candidat est libre de choisir l'ordre d'exposition qui lui convient le mieux. L'ensemble des sujets couvre la totalité des programmes spécifiques à chaque filière.</p> <p>[...] Un candidat n'arrivant pas à résoudre ses exercices, mais connaissant parfaitement son cours, et manifestant une bonne réactivité aux conseils donnés, aura une note lui permettant d'espérer son admission.</p> <p>[...] Il faut savoir gérer le temps imparti, ne pas voir la fin de l'interrogation arrivée sans avoir exposé la question de cours.</p>
ENSEA-ENSIEE 2010	Il faut [apporter] de la rigueur, de la précision dans l'utilisation des théorèmes. Toutes les hypothèses doivent être citées et vérifiées.
ENSEA-ENSIEE 2010	<p>Une exigence fondamentale : connaître le cours.</p> <p>Un bachotage des planches d'oral des années passées est du temps perdu. Mieux vaut se consacrer à apprendre parfaitement son cours, et maîtriser les notions du programme.</p> <p>Trop d'étudiants ont une connaissance tronquée des définitions et des théorèmes. Souvent, seule la formule est connue, pas les conditions de son utilisation.</p> <p>Que penser d'un ingénieur qui livrerait une machine sans expliquer les dites conditions.</p>
INT 2010	Certaines notions du programme sont toujours difficilement maîtrisées par les élèves et les candidats gagneraient en efficacité s'ils présentaient des connaissances précises et énoncées rigoureusement.
INT 2011	Les candidats ont du mal à maîtriser l'ensemble du programme, y compris dans ses parties essentielles, et font référence à leur cours de façon trop vague.
Navale 2010	Parmi [les défauts rencontrés], l'examinateur a relevé [des] réponses imprécises aux questions relatives à des définitions, des théorèmes classiques ou des méthodes de résolution [et des] énoncés de théorèmes fantaisistes ressemblant à des mélanges de notions figurant au programme.
Navale 2004/2008-9	Demander qu'un candidat écrive une définition de base (comme celle de la limite d'une suite ou celle d'un sous-espace propre) a parfois semblé une exigence disproportionnée – qui fut d'ailleurs accueillie plus d'une fois par des yeux effarés et des commentaires stupéfiants qui laissaient croire que ces candidats ignoraient jusqu'à l'éventualité de définir quoi que ce soit dans le champ mathématique.
Navale 2008-2009	Un nombre important d'interrogations étaient jugées par une sorte de loi du zéro-un, suivant que le candidat montrait ou non la plus infime aptitude à faire un énoncé correct d'une définition basique ou d'un des cinq théorèmes fondamentaux du cours.
Navale 2006-2007	L'incapacité à énoncer correctement les définitions et les théorèmes les plus importants du programme (comme la définition d'une suite de Cauchy ou l'énoncé du théorème des accroissements finis) est une faute très lourdement sanctionnée.

Navale 2005-2007	Les étudiants n'ont souvent pas l'air de comprendre ce qu'est une définition (sans même parler du contenu). D'où des regards stupéfaits quand on leur en demande une, et également un phénomène étrange : pour eux, il semble parfois qu'il ne s'agisse que d'une liste d'ingrédients à placer au petit bonheur sur le tableau, et ils ne comprennent pas qu'on puisse chipoter quand on leur signale que ce qu'ils ont écrit n'a aucun sens (l'exemple type étant bien sûr l'ordre dans les quantificateurs). Du coup, il est arrivé que des candidats doivent s'y prendre à cinq fois avant de pouvoir écrire correctement ce qu'était une suite croissante. La définition de la dérivée a été, elle aussi, l'occasion de charmants délires. [...] De même, mentionner une hypothèse (et la vérifier) a parfois semblé un luxe encombrant.
Saint-Cyr 2004-2010	Pendant la préparation il est souvent profitable de retrouver les énoncés précis des définitions et théorèmes que l'on pense utiliser pour la résolution des exercices.
Saint-Cyr 2007-2010	L'examineur attend [...] de la rigueur dans l'application des théorèmes durant la phase de rédaction de la démonstration. La vérification des hypothèses doit être spontanée. Ceci n'est pas la même chose durant la phase de recherche (y compris au tableau).
Saint-Cyr 2007-2010	La connaissance et la compréhension du cours sont fondamentales.
Saint-Cyr 2009-2010	Nombreux sont les candidats qui connaissent bien leur cours mais sont désarmés pour l'appliquer.
Saint-Cyr 2004-2006	L'oral du concours se prépare tout au long des années de CPGE. Le programme d'interrogation est celui des deux années de classe préparatoire. De nombreux exercices proposés utilisent des connaissances de première année, notamment sur les courbes paramétrées, les coniques, sur les suites récurrentes.
Saint-Cyr 2004-2006	Le candidat doit insister sur les conditions d'application des théorèmes utilisés, préciser lorsqu'il énonce un résultat s'il s'agit, d'une propriété ou d'une condition nécessaire et suffisante.
Saint-Cyr 2003-2004	Les candidats doivent pouvoir énoncer avec précision les définitions et les théorèmes utilisés, et cela dans le cadre général qui est le leur. [...] Pour cela il est nécessaire d'apprendre convenablement son cours tout au long des deux années de classes préparatoires.
Saint-Cyr 2004	Éviter de dire à l'examineur que tel ou tel point du programme n'a pas été traité, cela n'aura aucune influence sur la note finale.
Saint-Cyr 2002-2003	Le programme de mathématiques est celui des deux années de classes préparatoires. Un candidat devrait donc connaître précisément la <i>totalité</i> de ces deux programmes, <i>géométrie comprise</i> . Précisons à nouveau qu'une quantité non négligeable des exercices proposés fait appel à des connaissances de première année.
Petites Mines	[Parmi] les qualités que l'on cherche essentiellement à mettre en évidence au cours des oraux, [...] la capacité de mettre en oeuvre les résultats vus durant les deux années de préparation : un énoncé précis des théorèmes (avec les hypothèses et la conclusion), la vérification des hypothèses, et des calculs corrects...
Petites Mines	Trop d'insuffisances et d'imprécisions dans la connaissance des théorèmes du cours : énoncés incomplets ou imprécis qui n'ont plus aucune valeur logique. Mentionnons par exemple en mathématiques, le théorème sur les séries alternées (oubli de $\lim u_n = 0$). Sans vouloir être redondant, il est indispensable de rappeler une fois encore qu'il serait bon que tout candidat sache citer précisément et entièrement les théorèmes qu'il utilise.
Petites Mines	Méconnaissance des définitions des notions utilisées : autant qu'un manque de connaissances, il y a là sans doute un défaut de communication de la part des candidats : certains étudiants, priés de donner la définition du concept qu'ils utilisent, se réfugient alors dans un mutisme quasi total, qui produit une impression fâcheuse sur l'examineur. Est-ce trop demander que de donner la définition correcte de la convergence d'une intégrale ou d'une série, du rayon de convergence d'une série

entière voire de la convergence uniforme d'une série de fonctions, ou bien encore la définition du rang d'une matrice ?

- Petites Mines Méconnaissance du cours : les énoncés précis des théorèmes sont rarement donnés, les définitions et les conditions d'application, sont souvent mal connues ou maîtrisées. Ne pas confondre « définition d'une notion » avec « techniques usuelles permettant de vérifier cette notion ». Il faut aussi prendre conscience que des questions de cours peuvent être abordées lors de l'oral.
- Petites Mines Le programme de SUP est exigible, même en SPE (souvent ont été oubliés des résultats fondamentaux vus en SPE). De même il est déconseillé de faire l'impasse sur un ou plusieurs chapitres.

§ 3. Méthodologie de l'oral

- BanquePT 2010 Les conseils que l'on peut donner aux futurs candidats sont des conseils de « bon sens » que leur ont certainement déjà donné leurs enseignants :
- À propos de chaque chapitre, faire un petit nombre d'exercices bien choisis et ne pas se contenter d'en lire une solution, aussi parfaite soit-elle. L'apprentissage des mathématiques, comme l'utilisation d'un logiciel de calcul formel, passe obligatoirement par la pratique. Il faut souvent avoir « séché » sur une question pour en comprendre la solution.
 - S'entraîner au calcul : utiliser les nombres complexes, réduire une matrice 3×3 , calculer un développement limité ou une intégrale, résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants, donner l'équation d'un plan passant par 3 points. . .
- CCP 2010 Des faiblesses d'ordre logique sont fréquentes, comme la confusion entre équivalence et implication, mais les remarques les plus souvent signalées par les interrogateurs concernent les manipulations pour le moins désinvoltes des inégalités ou des valeurs absolues et l'oubli des notions et techniques acquises en première année de classe préparatoire ou en classe de terminale.
- CCP 2009 [Il y a une tendance] à se lancer un peu trop vite sur un calcul lorsqu'un raisonnement simple donnerait le résultat.
- CCP 2008 Il faut remarquer des difficultés de raisonnement avec des confusions entre conditions suffisante, nécessaire, nécessaire et suffisante.
- CCP 2007 Nous souhaiterions que dans toute la mesure du possible, les candidats fassent preuve d'un peu de réflexion devant un sujet, ceci afin de mieux gérer leur temps aussi bien dans la recherche, que pendant leur exposé au tableau et qu'en fin d'exposé, il sache avoir un esprit critique sur un résultat ; en particulier sur sa cohérence.
- CCP 2004 Tout candidat devrait se persuader qu'avec une lecture réfléchie du sujet et quelques connaissances « basiques », une première partie de l'épreuve orale est abordable, que des questions lui demanderont plus de réflexion, peut être plus de maîtrise technique et un peu de sens critique quant au résultat obtenu.
- Mines 2010 Certains candidats ne peuvent pas résoudre les problèmes délicats mais refusent même de résoudre proprement les questions faciles. Cela n'aide pas à les noter de façon positive.
- Mines 2009 Sur le plan logique, on confond systématiquement analyse et synthèse et ceci conduit à de lourds déboires et erreurs. On refuse les discussions relatives aux paramètres ou inconnues et on s'y prépare fort mal : on « bricole » sans être systématique. Ainsi, par exemple, fleurissent les divisions par 0. . .
- Mines 2008 Un exercice de Mathématiques n'est pas qu'une simple restitution de connaissances mises bout à bout avant même d'avoir pris la peine de réfléchir un peu, d'imaginer une approche, d'observer le phénomène étudié, de conjecturer un mécanisme.

Ensuite, il faut aller chercher les outils adéquats afin de démontrer ce que l'on veut prouver.

- Mines 2006 On préfère aussi, à « implique » ou « équivaut », les formulations « donne » ou « on réinjecte », « pour » ou « avec » qui sont utilisés pour faire référence à l'un, comme à l'autre, des quantificateurs. C'est avant tout pénalisant pour le candidat : ainsi, très rare est celui qui parvient à résoudre un système non linéaire, par exemple. À titre d'illustration, notons que prendre la négation d'une assertion quantifiée contenant une implication semble relever d'une grande virtuosité technique.
- Mines 2006 Il convient également même si cela peut paraître superflu, de rappeler ici qu'une démonstration consiste, à partir des hypothèses, à parvenir aux conclusions en légitimant chaque déduction à l'aide du cours.
- Mines 2005 La rigueur est souvent absente : ainsi, la distinction entre « condition nécessaire » et « condition suffisante » paraît complètement dépassée, de même que celle entre « strictement inférieur » et « inférieur ou égal ». Les notions logiques de base sont maltraitées et l'emploi des quantificateurs est presque systématiquement évité. Ainsi apprend-t-on par exemple que : « f est bornée sur I signifie que : $\forall x \in I, \exists M \in \mathbb{R}, |f(x)| \leq M$ ».
- Mines 2005 On entend souvent « s'exprime avec », « est de la forme », « s'écrit » et même « est du » ou « est comme », « ressemble à », qui sont des formulations trop peu précises, dans le meilleurs des cas... L'utilisation d'un vocabulaire précis et adapté est l'un des objectifs du programme, et une exigence en Mathématiques.
- Mines 2005 Les cas particuliers sont presque toujours écartés sans scrupules alors qu'une discussion s'impose.
- Mines 2002 Confusion entre condition nécessaire et condition suffisante. [...] Raisonnements par l'absurde et contraposée sont mal maîtrisés.
- Mines 2001 [Il y a] des confusions de plus en plus regrettables [entre] condition nécessaire et condition suffisante, pas seulement du point de vue de la symbolique [$\implies$, $\iff$] utilisée...
- Mines 2001 Le vocabulaire est négligé, « s'écrit » signifie aussi bien « être égal à » que « est combinaison linéaire de », ou même « est développable en série entière ».
- Mines 2000 Les erreurs de logique habituelles sur condition nécessaire, condition suffisante, raisonnement par l'absurde ou par contraposée, récurrence mal formulée... sont malheureusement encore beaucoup trop nombreuses. Il est dommage de les retrouver après deux années de mathématiques à haute dose.
- Mines 1999 Les erreurs traditionnelles sont présentes, y compris les problèmes de logique et de raisonnement, ce qui surprend parfois à ce niveau.
- Centrale 2009 La logique est souvent malmenée : l'examineur ne parvient pas à savoir si telle condition est nécessaire ou suffisante, si tel coefficient dépend d'une variable x ou s'il est commun à tous les x d'un ensemble. Les quantificateurs sont oubliés.
- Centrale 2008 [Certains candidats] sont vite désarçonnés lorsqu'on leur demande, sans malice, de préciser leur raisonnement, tout particulièrement quand il s'agit de distinguer une condition nécessaire d'une condition suffisante.
- Centrale 2008 On attend du bon sens, des raisonnements cohérents et rigoureux. Le candidat gagne toujours à exposer clairement ses idées, à distinguer ce qu'il conjecture de ce qu'il prouve, ou encore à expliquer le plan de sa preuve avant de passer aux détails techniques.
- Centrale 2007 Le jury a pu constater [des] difficultés logiques sérieuses qui se traduisent par des suites de calculs sans lien logique, par la difficulté à distinguer « condition nécessaire » de « condition suffisante » et parfois l'incapacité à comprendre si un exercice a été résolu dans son intégralité.

Centrale 2006	La logique de base fait souvent défaut : ordre des quantificateurs ; confusion entre « condition nécessaire », « condition suffisante », « condition nécessaire et suffisante ».
Centrale 2005	Nombre de candidats ne prêtent pas attention à la différence entre équivalences et implications et ainsi la résolution d'un problème est souvent une « demi-résolution ».
Centrale 2001	Rappelons qu'on ne peut pas bien réussir une interrogation sans soigner l'expression en français ; il convient de choisir des termes appropriés, de construire des phrases correctes. Certes le jury sait faire la part de l'émotivité qui handicape beaucoup de candidats mais celle-ci ne justifie pas tout.
Centrale 2000	On ne peut pas bien réussir une interrogation sans soigner l'expression en français ; il convient de choisir des termes appropriés, de construire des phrases correctes. Certes le jury sait faire la part de l'émotivité qui handicape beaucoup de candidats mais celle-ci ne justifie pas tout. Par exemple, dire systématiquement « déterminant » au lieu de « discriminant » doit être évité.
Centrale 1999	Le jury a pourtant déploré chez d'assez nombreux candidats l'accumulation de réflexes stéréotypés, sans véritable réflexion préalable : répondre trop vite à une question posée en essayant de retrouver un exercice déjà fait, ou invoquer un résultat hors programme n'est évidemment pas la bonne méthode.
Centrale 1999	Sur un plan plus méthodologique, nous aimerions également rappeler un point essentiel dans la manière même d'aborder une démonstration : à partir des hypothèses de l'énoncé, il est possible de démontrer de nombreux résultats autres que celui qui est demandé. Il s'agit donc <i>d'abord</i> d'analyser et de comprendre le résultat à obtenir, et d'étudier <i>ensuite</i> les hypothèses, dans un sens orienté vers la conclusion à atteindre.
Centrale 1999	Il est souhaitable de ne pas s'exprimer par acronymes : « on cherche les SEP », ou encore « on travaille dans une BON » sont autant de propositions à proscrire.
X-Cachan 2005	Parmi les points faibles fréquemment rencontrés, le jury note [...] des difficultés à nier une proposition logique.
X-Cachan 2004	[Un] des points forts des candidats [doit être] une rédaction sérieuse (sachant qu'en mathématiques, une bonne rédaction est la preuve de la compréhension).
École de l'air 2008	Éviter d'utiliser sans cesse l'expression « il est évident que », surtout si l'affirmation est loin d'être évidente, voire fausse.
Navale 2010	Parmi [les défauts rencontrés], l'examineur a relevé [une] traduction trop simpliste du problème posé, le candidat sachant pertinemment que sa démarche n'aboutira pas [et] un manque d'esprit d'analyse d'une situation donnée et de stratégie de recherche [ainsi qu'un] faible esprit critique face à un résultat obtenu.
Navale 2004/2008-9	De multiples candidats, par des réponses désordonnées et des essais désespérés pour faire jouer leur mémoire au détriment du plus élémentaire bon sens dans la résolution de questions élémentaires montraient qu'ils avaient la tête farcie de notions dont la sophistication les dépassait manifestement.
Navale 2004	Le défaut [le plus impressionnant] est l'incapacité de multiples candidats de conserver en tête le plus élémentaire schéma directionnel dans la mise en place d'une démonstration. Ceux-là se noyaient trop souvent immédiatement dans des détails qui leur faisaient perdre toute supervision et semblaient au bout de cinq minutes avoir totalement oublié ce qu'ils voulaient prouver.
Saint-Cyr 2007-2008	Les fautes les plus graves sont des fautes de logique, en particulier la confusion entre « il existe » et « quel que soit » qui conduisent certains candidats (rares heureusement) à traduire « f admet une valeur propre » par « f est une homothétie ».
Saint-Cyr 2005-2006	Il ne faut pas oublier que cette épreuve permet non seulement d'évaluer les connaissances mathématiques des candidats, mais également leurs capacités déductives, ainsi les questions posées incitent le plus souvent à construire les solutions à partir d'éléments obtenus séparément.

Saint-Cyr 2005-2006	Il va de soi que la première qualité évaluée est la rigueur et la logique du discours mathématique. Le candidat doit insister sur les conditions d'application des théorèmes utilisés, préciser lorsqu'il énonce un résultat s'il s'agit, d'une propriété ou d'une condition nécessaire et suffisante.
Saint-Cyr 2003	La logique du discours mathématique des candidats est primordiale. En particulier l'utilisation de la conjonction « donc » devrait être maîtrisée. Que penser d'un candidat qui propose comme réponse « Un. Non ? donc c'est six » ?
Saint-Cyr 2002	Il est nécessaire d'accorder une attention importante aux <i>évidences</i> .

§ 4. Déroulement de l'oral

Tenue vestimentaire

Mines 2008	Profitions-en ici pour saluer la presque-disparition des jeans à trous, des pantalons (?) qu'il faut remonter toutes les trois secondes pour éviter d'exhiber son caleçon, et autres bermudas, dont le port semble plus indiqué sur les plages qu'à un oral d'entrée dans une Grande École.
Mines 2000	Une tenue correcte est le signe d'un minimum de politesse. Malgré l'éventuelle chaleur du mois de juillet, mieux vaut éviter les tenues de plage ou les shorts scout. Le fait de dire « bonjour » en entrant et « au revoir » en sortant (même si le candidat estime que son interrogation s'est mal passée. . .) est également un signe de politesse.
Centrale 2010	Une remarque enfin concernant la tenue et l'attitude des candidats. L'oral est la dernière étape d'un processus de sélection où les meilleurs étudiants d'une génération vont intégrer une école prestigieuse. C'est en quelque sorte la « remise des prix » à des étudiants qui ont été excellents durant leurs études secondaires, puis en classes préparatoires. Sans qu'il soit question de leur demander de venir en costume-cravate ou en tailleur, il serait souhaitable que les candidats soient conscients des enjeux et qu'ils évitent de se présenter à l'oral dans des tenues négligées, (short et sandalettes par exemple). Peut-être qu'en mettant un peu plus de solennité certains candidats arrêteraient de se croire en colle et d'interroger sans cesse l'examineur pour lui demander ce qu'ils doivent faire.
Centrale 2006	Le jury a rencontré aussi des candidats qui cumulent les faiblesses [entre autres] une tenue négligée.
Saint-Cyr 2007	Quelques uns gagneraient à retirer les mains de leurs poches pendant l'oral.

Gestion du temps de préparation

BanquePT 2003	La préparation est une étape importante de l'oral mais il est rappelé aux futurs candidats que seul le passage devant l'examineur est noté. Certains candidats qui n'ont pas réussi à faire l'exercice en préparation arrivent devant l'examineur complètement démontés n'ayant rien à exposer ; dans une telle situation, la fin du temps de préparation peut être utilisée pour se rappeler les théorèmes importants du (ou des) chapitres concerné(s) par l'exercice afin de pouvoir les utiliser lors de la planche. Il arrive fréquemment qu'une indication du jury débloque le candidat et lui permette d'avancer dans le sujet proposé. À l'inverse, certains candidats ayant bien avancé en préparation ont bien du mal à présenter convenablement ce qu'ils ont fait, allant jusqu'à vouloir donner leurs brouillons à lire aux examinateurs.
CCP 2011	Pendant le temps de préparation, il serait souhaitable que le candidat lise attentivement le sujet, réfléchisse quelques instants de façon à effectuer un travail aussi adapté que possible aux exercices proposés.

- CCP 2010 Le temps de l'épreuve orale passe très vite pour un candidat ; pour être le plus efficace possible dans le temps de préparation, quelques instants de réflexion appliquée à la lecture du sujet ne sont sans doute pas inutiles de façon à effectuer un travail aussi adapté que possible aux questions posées.
- CCP 2009 Les meilleurs candidats savent parfaitement analyser tout sujet comportant des parties classiques et une ou plusieurs questions de réflexion, trouver des solutions simples, faire un exposé clair et savoir réagir devant quelques questions supplémentaires de l'interrogateur. Derrière ce groupe, figurent les candidats qui ont plutôt bien assimilé le cours et qui connaissent les principales techniques d'un secteur du programme, ce qui leur permet de traiter seul un des exercices et de l'exposer avec assurance ; mais la prestation sur le deuxième exercice diminue fortement l'impression favorable laissée par le début de l'exposé. Cette situation souvent remarquée par les interrogateurs peut résulter de la méconnaissance ou du manque de maîtrise d'une partie du programme. Mais elle peut-être aussi la conséquence d'une mauvaise gestion du temps de préparation du candidat qui a longuement travaillé un exercice en étudiant le moindre détail, et qui, ayant à peine commencé la lecture du deuxième exercice, découvre au tableau certaines questions sans y avoir réfléchi ; une préparation plus stratégique consistant à passer en revue, à défricher toutes les questions avant de se lancer dans un calcul, serait peut-être plus efficace. Rappelons que, si l'interrogateur souhaite, de façon évidente, entendre le candidat sur les deux parties du sujet, il n'y a aucune obligation à exposer dans l'ordre du sujet. Il est tout à fait possible d'admettre certaines questions de façon à présenter tous les résultats obtenus avant d'envisager un éventuel dialogue avec l'interrogateur.
- CCP 2009 Rappelons qu'à l'oral, les candidats doivent montrer leur connaissance des programmes, leur aptitude à raisonner et conduire un calcul : à l'issue de la préparation écrite, la clarté de l'exposition et la mise en évidence des passages essentiels sont des éléments d'appréciation de ces qualités.
- CCP 2003 De façon générale, bon nombre de candidats cherchent à utiliser en priorité des arguments sophistiqués sur tout type d'exercices, même sur ceux où un peu bon sens et quelques connaissances « basiques » suffisent. Nous ne saurions trop inciter les candidats à prendre quelques (petites) minutes à la lecture du sujet, afin de raisonner par eux-mêmes avant d'utiliser les outils les plus puissants.
- Mines 2007 On remarque le manque grandissant d'autonomie des candidats : lorsqu'une préparation est proposée, celle-ci ne permet pas de dégager des idées qui permettront d'avancer lors du passage au tableau.
- Mines 2006 Les examinateurs qui proposent une préparation aux candidats (d'une durée pouvant atteindre 20 min) constatent que, dans la très grande majorité des cas, cette dernière n'est pas exploitée. L'étudiant arrive au tableau en n'ayant ni « débroussaillé » le problème posé (avec de vagues pistes), ni rassemblé les théorèmes qu'il pourrait utiliser. L'examineur ne demande pas de résoudre la question pendant ce temps mais de proposer, au début de l'interrogation orale, des pistes de recherche plus ou moins convaincantes. Or, dans la grande majorité des cas, ce travail n'est pas fait.
- Centrale 2009 [Une des] difficultés qui peuvent compromettre un oral [est] une mauvaise gestion du temps de préparation ; certains candidats ne cherchent que le premier exercice. Il vaut mieux avancer dans la planche, afin de réagir aux indications lors du passage au tableau.
- Centrale 2008 [Il faut] éviter de « sécher » sur une question au point de ne rien faire d'autre durant les trente minutes de préparation ; il vaut mieux parfois admettre un résultat pour réfléchir à la suite de l'exercice.
- Centrale 2006 Quand les calculs ou démonstrations ne sont pas triviaux, ils devraient être rédigés pendant la préparation.
- Centrale 2002 Le candidat dispose alors de 30 minutes de [préparation].
Insistons sur la nécessité, lors de cette phase de préparation, d'une attitude de recherche : il est indispensable de prendre le temps de réfléchir aux questions posées, il

ne s'agit pas de vouloir retrouver à tout prix un exercice déjà fait. Bien entendu, pour certaines questions classiques, le jury attend du candidat une certaine rapidité ; cependant, d'autres questions sont plus originales, et dans ce cas des réflexes stéréotypés vont à l'encontre d'une bonne compréhension.

Il est indispensable également de bien gérer son temps de préparation : se limiter à la première question quand l'exercice en comporte parfois 3 ou 4 est évidemment une très mauvaise méthode : le candidat doit savoir que, même s'il n'arrive pas à résoudre toutes les questions, y réfléchir soigneusement lui permettra de mieux réagir lors du dialogue qui s'instaurera avec l'examineur.

Centrale 2000

Insistons sur la nécessité d'une attitude de recherche, en toute honnêteté, lors de la phase de préparation : il ne s'agit pas de vouloir retrouver à tout prix un exercice déjà fait. Il est indispensable également de bien gérer son temps de préparation : se limiter à la première question quand l'exercice en comporte parfois 3 ou 4 est évidemment une très mauvaise méthode : le candidat doit savoir que, même s'il n'arrive pas à résoudre ces questions, y réfléchir soigneusement lui permettra de mieux profiter des indications que fournira l'examineur pendant la phase d'exposition.

X-Cachan 2007

L'interrogation orale est précédée d'une période d'une demi-heure pendant laquelle le candidat se familiarise seul en salle de préparation, avec l'énoncé. Comme pour les années précédentes le jury est plutôt satisfait du comportement des candidats qui pour la plupart parviennent à comprendre le sujet dans son ensemble et à résoudre les premières questions qui, généralement, se veulent relativement simples. Il arrive fréquemment qu'un candidat qui n'a pas réussi à traiter la moindre question pendant la préparation, y parvienne après une ou plusieurs indications de l'examineur. Cette réactivité est très appréciée du jury ; elle n'est bien entendu possible que si le candidat est combatif ; sa demi-heure de préparation n'est au final pas si mauvaise qu'il aurait pu le croire car il aura su « s'imprégner » du sujet.

X-Cachan 2007

Pendant la préparation, devant la difficulté d'un problème ou d'un calcul, il ne faut pas hésiter à traiter un cas particulier ; dans une récurrence on pourra simplement faire le premier passage non trivial (typiquement de $n = 1$ à $n = 2$). Dans la mesure du possible, il faut éviter de passer la demi-heure de préparation à ne regarder vainement que la première question ou à se perdre dans un calcul mal mené.

X-Cachan 2006

Il [est] déconseillé d'appréhender le temps de préparation au brouillon avec l'objectif exclusif de résoudre rigoureusement et totalement le problème posé. Le risque étant élevé de dilapider ces trente minutes solitaires en restant bloqué sur un obstacle pouvant se révéler accessoire, on veillera surtout à analyser et à s'approprier le cheminement de l'énoncé d'une part, et d'autre part à faire les calculs automatiques et traiter les cas particuliers suggérés par l'énoncé, explicitement ou pas.

X-Cachan 2005

Rappelons que le jury ne saurait exiger du candidat qu'il se présente à l'issue des 30 minutes de préparation avec une solution complète de l'exercice qui lui est proposé. En revanche, il appréciera, outre une solution partielle du problème, le traitement des questions plus difficiles dans des cas particuliers, ou la présentation d'une ébauche de raisonnement s'appuyant sur un dessin. Des tentatives non abouties de résolution d'une question pourront également servir de point de départ à une discussion avec l'examineur.

X-Cachan 2004

Nous regrettons [...] la mauvaise gestion de la préparation. [...] Concernant la préparation, les examinateurs soulignent son importance (la moitié du temps tout de même !). Son objectif réside essentiellement dans les points suivants :

- se familiariser avec le sujet (parfois long) et comprendre quel est le résultat final visé ; il faut impérativement jeter un coup d'oeil sur la question finale,
- se débarrasser des calculs longs et encombrants qui n'ont pas leur place pendant la planche ; à ce titre il est vivement conseillé au candidat de faire tous les calculs qui semblent utiles même s'il ne répond pas à la question,
- traiter quelques cas particuliers indiqués dans l'énoncé ou non,
- ne pas hésiter à sauter une question pour aborder les suivantes ; le candidat avisera alors l'examineur de ses travaux préliminaires.

L'idée générale est que les trente minutes de planche sont courtes, donc il vaut mieux traiter correctement une partie du sujet plutôt que de bloquer sur la première question.

- X-Cachan 2004 En cas de panne lors de la préparation, ne pas rester sur un échec. Il y a toujours quelque chose à faire : passer à une autre question, étudier un sous-cas simple, etc. Autant de signes qui indiquent à l'examinateur les ressources du candidat.
- École de l'air 2011-2010 Nous conseillons aux candidats d'aborder les deux exercices lors de leur préparation quitte à laisser en suspens certaines questions et à les traiter directement au tableau.
- École de l'air 2009 Il serait bon que les candidats mettent à profit leur temps de préparation pour avancer dans la résolution des exercices. Si un exercice nécessite des calculs, il faut les faire avec soin pour éviter d'avoir à les recommencer au tableau et de perdre ainsi un temps précieux.
- École de l'air 2009 Rappelons l'importance du temps de préparation précédant l'interrogation orale ; signalons aussi qu'il n'est pas nécessaire que le candidat évoque toutes les pistes explorées sans succès avant son passage au tableau mais qu'il est préférable, lors de cette préparation, de s'interroger sur la pertinence des méthodes utilisées.
- École de l'air 2008 De trop nombreux candidats passent au tableau sans avoir suffisamment avancé dans la résolution de leurs exercices. Ils ont alors des difficultés à terminer les exercices.
Certains s'aperçoivent dès le début de leur exposé qu'ils ont fait une erreur de calcul et perdent du temps à devoir refaire le calcul au tableau. Tous les calculs devraient avoir été faits pendant la préparation, surtout qu'ils sont souvent simples.
Il serait bon que les candidats profitent de la préparation pour synthétiser leur exposé.
- ENSEA-ENSIEE 2010 Il faut absolument consacrer du temps à étudier les deux exercices, quitte à n'en terminer aucun.
- Saint-Cyr 2007-2010 Il est très conseillé aux candidats de lire attentivement et complètement le sujet avant de commencer leur travail.
Pendant la préparation il est souvent profitable de retrouver les énoncés précis des définitions et théorèmes que l'on pense utiliser pour la résolution des exercices.
Devant un exercice que l'on ne sait pas résoudre, l'étude de cas particuliers simples peut être utile.
Bien entendu, il est possible d'utiliser le logiciel de calcul pour traiter un calcul du second exercice [sans Maple]. Il est également conseillé aux candidats qui n'arrivent pas à construire un programme pour l'exercice 1 [avec Maple] de profiter du temps de préparation pour mener à la main les calculs demandés afin de dégager une méthode.
- Saint-Cyr 2007 Les phrases du type : « je n'ai pas fait grand chose » [...] sont inutiles.
- Saint-Cyr 2002-2006 Les candidats devraient commencer par lire attentivement et complètement le sujet imprimé qui leur est remis et prendre connaissance de la totalité de ce qui leur est demandé et des consignes de travail.
- Saint-Cyr 2006 Il faut tirer parti le plus possible des 30 mn de préparation : il est bien sûr inutile de tout rédiger au brouillon mais un minimum est nécessaire pour bien asseoir l'exposé.
- Petites Mines Certains candidats semblent ne pas utiliser convenablement le temps imparti à leur préparation à la « planche ».
- Petites Mines Rappelons que le temps de préparation (20 minutes) doit être mis à profit non seulement pour effectuer les premiers calculs, mais aussi pour réfléchir au choix d'une méthode, des théorèmes appropriés et que le candidat doit se tenir prêt à citer avec précision les théorèmes utilisés.

Passage au tableau

- BanquePT 2010 Apprendre à présenter ses calculs et ses résultats sur un tableau de manière ordonnée et propre : le tableau ne doit pas être un brouillon lisible seulement par son auteur. S'entraîner à expliquer clairement d'une voix posée et audible le fil conducteur de ses calculs ou de sa démonstration lors d'une prestation orale, et cela sans « jouer la montre », c'est-à-dire en évitant de passer un temps important sur des questions très simples.
- CCP 2011 Au tableau, l'examineur appréciera la clarté et la concision de l'exposé.
- CCP 2010 Au tableau, une maîtrise, une exposition claire et une analyse critique des résultats, en particulier sur la cohérence, seront appréciées.
- CCP 2008 Rappelons que le principe de l'oral est le suivant : le candidat expose au tableau ses résultats, quitte à admettre des questions et à ne pas respecter l'ordre des exercices, ce n'est qu'après cette étape, qu'il peut attendre une aide de l'examineur.
- CCP 2006 Nous souhaiterions que les candidats procèdent à un travail moins mécanique, fassent preuve d'un peu de réflexion devant un sujet pour pouvoir mieux gérer leur temps d'exposition au tableau, qu'ils sachent faire preuve d'esprit critique sur la vraisemblance de leurs résultats.
- Mines 2009 Trop de candidats écrivent au tableau en semblant ignorer la nature orale de l'épreuve. Ils doivent impérativement s'adresser fréquemment à l'examineur.
- Centrale 2010 Il est déconseillé de tout rédiger au tableau, d'autant plus que cela laisse parfois l'impression que l'on cherche à gagner du temps pour cacher des lacunes. Il faut rester précis dans ses arguments, écrire au tableau les grandes lignes, et ne pas s'attarder sur des trivialités qui peuvent être signalées oralement. Le fait de recopier au tableau l'énoncé est une perte de temps : l'examineur dispose d'une copie du sujet.
- Centrale 2006 Une interrogation commence par une mise en perspective par le candidat des questions qui lui sont posées. L'examineur attend donc de ce dernier qu'il présente le résultat de son travail personnel en expliquant ce que furent ses tentatives même si certaines s'avèrent infructueuses. On ne demande pas en effet à un candidat de trouver d'emblée la bonne voie menant à la résolution d'une question posée, mais de montrer son aptitude à proposer des pistes et à utiliser les indications qui lui sont données : un oral est un échange au cours duquel doivent ressortir l'intelligence, la vivacité, la ténacité et la sûreté dans les calculs.
- Centrale 2006 La gestion du tableau (lisibilité, disposition, conservation des résultats) devrait être prise en charge par le candidat et non par l'examineur.
- Centrale 2004 L'impression générale est plutôt satisfaisante. Les candidats ont tendance à recopier leur brouillon au tableau au lieu de présenter leurs travaux assez rapidement, l'examineur se réservant le droit de demander des éclaircissements.
- Centrale 2000 Après la phase initiale de recherche personnelle, le candidat expose son travail au tableau. Il ne s'agit pas d'une simple copie des notes prises pendant la première partie : le bon candidat (il en existe heureusement un certain nombre !) indique les grandes lignes de sa méthode, justifie éventuellement ses choix, indique très précisément les théorèmes utilisés (en vérifiant très soigneusement que les hypothèses requises sont bien vérifiées), effectue au tableau quelques calculs, sait en permanence où il va, sait profiter d'indications fournies par l'examineur, c'est-à-dire se montre assez psychologue (ou assez confiant) pour ne pas croire en permanence que celui-ci cherche à le déstabiliser (même si certaines questions sont bien sûr destinées à tester ses connaissances ou son esprit logique), assez malléable pour infléchir sa méthode ou au contraire assez ferme pour justifier ses choix.
- X-Cachan 2006 Pour utiliser avec le maximum d'efficacité le temps d'examen face à l'examineur, le candidat pourra commencer sa présentation orale en indiquant de quelles questions il s'est préparé à parler, en spécifiant à chaque fois s'il s'agit d'une résolution complète. Rappelons que la lecture de l'énoncé est une perte de temps puisque l'examineur

a l'énoncé sous les yeux. Il ne faut pas hésiter à explorer une piste par un calcul au tableau pendant quelques minutes silencieusement, mais il vaut mieux demander une indication à l'examineur que de rester coi sans progresser.

X-Cachan 2005	Sur le plan pratique, rappelons que, durant l'interrogation, l'examineur a sous les yeux le problème traité par le candidat et qu'il est inutile que celui-ci commence par en lire ou écrire l'énoncé. En revanche, un mot d'introduction visant à expliquer l'objet de l'exercice est toujours bienvenu.
X-Cachan 2004	Nous suggérons donc aux candidats de : <ul style="list-style-type: none">- ne jamais recopier l'énoncé au tableau, ce qui est au minimum une perte de temps, au pire une manoeuvre dilatoire,- commencer leur planche en exposant brièvement leurs résultats : ce qu'ils ont réussi à faire et là où ils ont échoué, ainsi que les méthodes employées (avec succès ou non). Ainsi ils sont sûrs de valoriser même leurs résultats partiels et permettent à l'examineur d'en extraire le meilleur. Mais surtout ils y gagnent en clarté et en professionnalisme, ce qui a une importance qui dépasse notre simple discipline.
École de l'air 2011-2010	Si un exercice nécessite de longs calculs (polynôme caractéristique, coefficients de Fourier, système d'équations, ...), on pourra donner directement le résultat. Si l'examineur le désire, il en demandera la justification et les détails. [...] Le candidat doit éviter de masquer le tableau et veiller à ne pas tourner constamment le dos à l'interrogateur.
École de l'air 2011	Les examinateurs étant en possession des énoncés, il est inutile que les candidats les écrivent au tableau. Il est bon cependant que le candidat numérote les questions pour plus de clarté. Bien qu'il s'agisse d'un oral, les principales étapes du raisonnement doivent figurer au tableau.
École de l'air 2009	Le candidat doit éviter de masquer le tableau et veiller à ne pas tourner constamment le dos à l'interrogateur.
École de l'air 2009	Rappelons une nouvelle fois l'importance de la bonne gestion du tableau.
École de l'air 2008	Terminons par quelques conseils aux candidats : <ul style="list-style-type: none">- Bien gérer l'utilisation du tableau en veillant à conserver les résultats utiles pour la suite.- Parler de façon audible et éviter de masquer le tableau.
ENSEA-ENSIEE 2010	On peut se servir de ses notes, donner les résultats d'un calcul et le refaire à la demande. On peut expliquer avoir essayé telle ou telle méthode même si elle n'a pas permis d'établir la conclusion de la question. Trop d'élèves hésitent à présenter ce qu'ils ont déjà fait au brouillon.
INT 2010	Les candidats font un effort de présentation au tableau.
Saint-Cyr 2010-2011	Un candidat n'ayant pas réussi à résoudre les exercices pendant la préparation peut cependant obtenir une excellente note. L'épreuve orale est un échange entre le candidat et l'examineur : les candidats peuvent tirer profit de cet échange en exposant leurs idées et les problèmes rencontrés, puis en écoutant les indications directes ou indirectes.
Saint-Cyr 2002-2003	Devant un tableau rempli de calculs il est souvent utile de prendre du recul pour voir si deux résultats qui y figurent ne donnent pas, par leur seul rapprochement, la solution du problème.
Petites Mines	La qualité d'exposition, la présentation et l'organisation du tableau sont des éléments importants d'appréciation.
Petites Mines	Faut-il redire que le passage au tableau n'est pas une « planche » écrite, mais qu'on attend du candidat qu'il parle, quitte à abrégé des calculs faits au brouillon pour arriver assez vite à la partie substantielle de l'exercice et aux questions ?
Petites Mines	Attention toutefois pour certains, à la « gestion » du tableau.

Gestion du temps de passage

BanquePT 2010	[Les candidats doivent éviter de] « jouer la montre », c'est-à-dire [...] passer un temps important sur des questions très simples.
Centrale 2006	Précisons que lorsqu'un examinateur « presse » un candidat au tableau c'est pour voir ce qu'il sait faire et jusqu'où il peut aller et non pour le pénaliser : le temps au tableau est très court et un oral n'est pas une colle (l'objectif et les enjeux sont différents). En particulier, le candidat ne doit pas en déduire que sa prestation est mauvaise (elle peut au contraire avoir été excellente), et encore moins démissionner des planches d'oral suivantes !
Centrale 2004	Certains candidats pensent qu'en faisant traîner les choses ils éviteront les questions nouvelles. Il est bon de rappeler que la quantité de questions traitées conditionne largement la note. En majorité, les énoncés proposés sont trop longs pour la plupart des candidats ; ils sont souvent étudiés pour que les meilleurs d'entre eux occupent efficacement l'heure qui leur est allouée.
X-Cachan 2007	Les candidats qui n'osent pas répondre aux questions de peur de dire une énormité et qui préfèrent « jouer la montre » ne seront clairement pas à leur avantage.
ENSEA-ENSIEE 2010	Il faut savoir gérer le temps imparti, ne pas voir la fin de l'interrogation arrivée sans avoir exposé la question de cours ou donné la réponse à la dernière question de l'exercice trouvée lors de la préparation.
Saint-Cyr 2005-2006	La durée de l'interrogation est limitée : le candidat peut repérer des questions faciles, et traiter rapidement ces points afin de pouvoir conserver du temps pour ce qui est plus délicat. Il n'est jamais rentable de tenter de faire durer au maximum la rédaction des points élémentaires.
Saint-Cyr 2002-2003	Les réponses et les comportements dilatoires répétés (je ne vois pas ce que vous voulez dire, écriture au tableau de longues phrases <i>in-extenso</i>) sont fortement improductifs.
Petites Mines	Certains candidats éprouvent des difficultés à exprimer simplement ce qu'ils font, d'autres prennent le parti de traîner un peu sur leur exposé. Ce qui peut apparaître comme une stratégie, est en fait une bien mauvaise tactique : empêchant de fait l'examineur de poser des questions supplémentaires, elle laisse au mieux une désagréable impression de lenteur. Qu'une erreur soit « détectée » et l'interrogateur restera devant un travail réduit à bien peu...
Petites Mines	Inutile de recopier le sujet ou même parfois les hypothèses pour « gagner des minutes ! ».

Critères d'évaluation d'une prestation orale

BanquePT 2010	<p>Le but [de] l'épreuve est d'abord de contrôler l'assimilation des notions au programme de mathématiques de toute la filière (première et deuxième années). Il semble que certains candidats aient « oublié » ce qui a été vu en première année, voire les connaissances de base qui font partie du programme des classes du lycée (seconde, 1ère et Terminale).</p> <p>C'est aussi d'examiner :</p> <ul style="list-style-type: none">- la capacité d'initiative du candidat,- son aisance à exposer clairement ses idées et sa réactivité dans un dialogue avec l'examineur et, pour l'exercice « calcul formel », face à un logiciel,- son aptitude à mettre en oeuvre ses connaissances pour résoudre un problème (par la réflexion... et non par la mémorisation de solutions toutes faites) ainsi que sa maîtrise des calculs nécessaires,- sa faculté à critiquer, éventuellement, les résultats obtenus et à changer de méthode en cas de besoin.
---------------	--

ENSAM 2010

L'oral de mathématiques du concours e3a permet de tester l'acquisition des connaissances mathématiques et la faculté de les mettre en oeuvre autour d'une problématique simple éventuellement avec l'aide d'un logiciel de calcul formel.

La résolution de problèmes avec l'aide de MAPLE ou de MATHEMATICA crée un environnement expérimental pour les mathématiques.

Le candidat doit prouver sa capacité à

- poser un problème
- le représenter sur ordinateur
- utiliser les indications du logiciel pour donner une solution.

Mines 2011

L'épreuve a pour but d'évaluer la connaissance et la compréhension des notions figurant au programme de mathématiques des deux années de classes préparatoires, mais aussi la capacité à être autonome, à prendre des initiatives, à réagir... Si la méconnaissance du cours est fortement sanctionnée, un candidat énumérant des résultats (parfois même hors-programme) sans en comprendre la signification voire sans savoir les appliquer, ne sera pas mieux récompensé.

Mines 2007

[L'oral] consiste en un dialogue entre le candidat et l'examineur. Le rôle de ce dernier est de juger des connaissances et des capacités mathématiques du candidat et en aucune façon d'essayer de lui apprendre quelque chose. Afin de juger de la performance du candidat, l'examineur prend en compte les éléments suivants (liste non exhaustive) : la compréhension du problème posé, les initiatives prises (cerner les difficultés, les nommer, donner des directions pour les surmonter), la précision du langage et la connaissance précise du cours, la capacité d'envisager différentes méthodes et à réfléchir à leurs utilisations, la justification orale précise de ce qui est fait, l'organisation du tableau, la qualité de l'expression orale. [...] On note une amélioration de l'expression orale et du dialogue interactif : le candidat se retourne vers l'examineur, énonce à voix audible son raisonnement, écrit au tableau en commençant en haut à gauche pour terminer en bas à droite et est à l'écoute des remarques et éventuelles pistes proposées.

Mines 2002

La prestation du candidat prend en compte les éléments suivants : l'organisation du tableau et la présentation, la précision du langage et la connaissance du cours, la prise d'initiative, le dialogue avec l'examineur. L'attitude qui consiste à écrire au tableau en restant muet n'est pas dans l'esprit de l'épreuve. Le but de l'oral de mathématiques n'est pas nécessairement de résoudre en totalité les exercices proposés mais aussi d'évaluer la qualité de réflexion, de rigueur, de précision, d'esprit critique et le niveau de connaissances.

Mines 2001

Rappelons enfin que [la note finale] est globale, et non additive. La note globale en question recouvre des facettes très diverses de la prestation du candidat, que nous avons tenté de disséquer ci-dessous.

Faculté d'adaptation. — Nous entendons par là le fait que l'oral est un dialogue avec l'examineur.

Le candidat peut se retrouver face à une situation déroutante, l'examineur le sait.

Il est alors présent pour déjouer d'éventuelles fausses pistes, pour guider l'étudiant au cours de son appréhension du problème. L'examineur attend dans ce cas que le candidat soit réactif à ses indications, qu'il arrive à s'adapter à cette situation nouvelle, non qu'il s'enferme dans un mutisme parfois teinté d'agressivité. L'examineur n'est là ni pour « enfoncer » le candidat, ni pour passer la planche à sa place. Refuser le dialogue est donc une erreur stratégique monumentale.

Raisonnement mathématique. — C'est bien sûr la clé de voûte de l'ensemble.

Mais le raisonnement mathématique ne consiste pas simplement à écrire quelques lignes de calcul sur un tableau.

Une planche se compose d'au moins deux questions différentes.

L'une est classique ; nous attendons alors du candidat qu'il prouve, si possible seul, son acquisition des notions fondamentales figurant dans le programme, et sa maîtrise de calculs non insurmontables...

L'autre est faite pour mettre en valeur les capacités de raisonnement du candidat.

Plus originale, elle nécessite de plus en plus souvent une expérimentation, conformément au préambule des programmes officiels. C'est évidemment sur cette question que la faculté d'adaptation est jugée.

Phase d'expérimentation et de conjecture. — Face à un énoncé qui surprend, nous attendons du candidat qu'il mette en oeuvre une stratégie lui permettant d'appréhender la nature du problème, puis de proposer une réponse à la question (qu'il conviendra ensuite de démontrer), ou des pistes pour la résolution et non pas qu'il déballe un catalogue de méthodes générales apprises par coeur dans lequel nous devrions choisir nous-même, ni qu'il attende patiemment que le silence devienne trop pesant pour que nous nous décidions, enfin, à venir le sauver.

Il doit donc y avoir une expérimentation personnelle, et à la conclusion de celle-ci, l'émission d'une conjecture, que nous rectifions ou complétons le cas échéant.

Cette approche vivante du raisonnement mathématique nous semble essentielle chez de futurs ingénieurs.

Phase de rédaction d'une solution rigoureuse. — C'est l'instant crucial de la construction, et de la mise en forme d'une démonstration rigoureuse, à l'aide d'un vocabulaire précis et d'outils figurant au programme qu'il convient d'appliquer précisément. C'est le (souvent dur) moment de la rigueur mathématique. Une connaissance parfaite des définitions et des théorèmes figurant au programme est indispensable ; son absence est lourdement sanctionnée.

Phase de contrôle des résultats. — Intégrée à la phase précédente, ou a posteriori. Nous attendons du candidat qu'il puisse rectifier de lui-même d'éventuelles erreurs importantes qu'il aurait commises, et nous l'incitons régulièrement à le faire. L'erreur est humaine mais l'obstination dans l'erreur est peu scientifique... Nous attendons aussi du candidat qu'il vérifie seul la validité de la réponse.

Présentation du raisonnement. — Un oral porte bien son nom... Même s'il se déroule devant un tableau qui permet au candidat de faire figurer des calculs impossibles à faire de tête pour un être normalement constitué, le rôle de l'examineur n'est pas de déchiffrer celui-ci. L'examineur n'est pas à ce moment précis un correcteur de copies. Il attend du candidat que celui-ci présente sa démarche, commente ses calculs, explique son raisonnement. Non qu'il lui offre une sieste paisible. L'examineur veut pouvoir lire, il veut pouvoir entendre, il aime qu'on lui parle.

Mines 2000

Le but de l'interrogation n'est pas de résoudre en totalité l'exercice. Il est de permettre à l'examineur d'apprécier les qualités de réflexion, de rigueur, de précision, de clarté d'exposition, d'esprit critique et de connaissances – toujours et rien que dans le cadre du programme officiel – du candidat. La note finale obtenue est fonction de ces différents critères.

Mines 1999

[Les clefs du succès sont] réflexion et analyse du problème, expérimentation si nécessaire, échanges avec l'examineur, argumentation, mise en oeuvre des résultats théoriques, rédaction d'une solution, communication...

Mines 1998

Il est rappelé que l'épreuve orale de mathématiques a pour but de tester l'intuition, le raisonnement, l'effort de formalisation et les connaissances du candidat. Ces différents points s'expriment sous plusieurs formes.

La communication. — L'épreuve est avant tout une épreuve ORALE. On s'attend donc à ce que le candidat se tourne (au moins de temps en temps...) vers l'examineur, lui explique sa réflexion, son raisonnement, ... voire ses doutes, et ceci de la manière la plus claire possible. Les exercices posés sont parfois surprenants, rarement élémentaires, et on ne peut attendre du candidat qu'il se lance directement dans leur résolution sans réflexion et recherche préalable. Cette phase de l'interrogation est sûrement la plus instructive de la maturité « mathématique » du candidat. Un candidat restant « sec » au démarrage pourra quand même obtenir une très bonne note. Au contraire un candidat remplissant sans explication plusieurs tableaux pourra n'obtenir qu'une note relativement moyenne.

On peut ajouter qu'un dialogue se passe « face à face » et non tourné vers le tableau et que même lorsque le candidat se trouve en phase de calcul, il doit « renseigner » l'examineur sur leur avancement.

La présentation. — Les exercices posés combinent raisonnement et calcul. Si les

premiers doivent s'exprimer de manière extrêmement précise (donner les théorèmes du cours signifie exprimer les hypothèses et les conclusions, puis vérifier que ces hypothèses s'appliquent dans le cas traité, l'énoncé d'une définition ne doit prêter à aucune ambiguïté), les seconds doivent être présentés clairement. Ils ont alors une meilleure chance de s'effectuer sans erreur... Bien entendu (c'est un oral) ne doivent être écrits au tableau que les points clef du raisonnement.

L'écoute. — Comme il est dit plus haut, l'oral est un dialogue. Si le rôle de l'examineur est de noter le candidat, il n'a aucun à priori et toute question posée se veut une aide. Le candidat a donc tout intérêt à être à l'écoute de l'examineur. À l'écoute, mais non à « demande ». Il y a encore trop de candidats qui se tournent vers l'examineur à la recherche de son approbation lorsqu'ils se lancent dans une direction. L'oral n'est pas une simple colle, et il faut savoir prendre ses responsabilités.

La durée. — En général deux exercices au minimum sont posés pendant chaque interrogation qui dure environ une heure. Dans la plupart des cas, le second exercice est moins bien traité que le premier, preuve d'un certain « essoufflement » de la part du candidat. Le second exercice est aussi important que le premier et il est dommage (dommageable...) que de nombreux candidats ne puissent « tenir la distance ». Il y a sûrement un effort à faire dans cette direction lors de la préparation pendant l'année scolaire.

Centrale 2008

Une planche peut être tout à fait réussie même si l'exercice n'a pas été résolu complètement. Ce qui est important, c'est que le candidat montre qu'il sait réfléchir, mettre en oeuvre ses connaissances pour essayer de résoudre l'exercice proposé et s'aider du logiciel pour les calculs ou pour les conjectures.

Centrale 2007

On regrette l'attitude de certains candidats qui manquent de conviction. Ces candidats semblent oublier qu'ils se présentent à une épreuve orale de concours et se comportent comme lors d'un passage en colle préparatoire au concours.

Centrale 2002

Rappelons enfin que le jury utilise la totalité des notes à sa disposition, mais de façon raisonnée, autrement dit une mauvaise réponse n'entraîne pas, seule, une baisse significative de la note : les notes extrêmes se s'obtiennent pas par hasard, en particulier, elles ne sont en rien liées au tirage d'un « mauvais » ou un « bon » sujet !

Centrale 2001

Terminons enfin sur une note optimiste : à côté de ces candidats si décevants (note inférieure à 5), il y a aussi un assez grand nombre de bons, et même d'excellents candidats (notés de 16 à 20) : si le jury n'hésite pas devant une accumulation d'erreurs de compréhension, ou devant le défaut plusieurs fois constaté d'acquisition de notions essentielles, à utiliser des notes très basses, il n'hésite pas davantage, face à la même accumulation de bonnes réactions, à utiliser les notes les plus élevées : ces notes extrêmes ne s'obtiennent pas par hasard, et ne sont en rien liées au tirage d'un « mauvais » ou d'un « bon » sujet !

Centrale 2000

Après la phase initiale de recherche personnelle, le candidat expose son travail au tableau. Il ne s'agit pas d'une simple recopie des notes prises pendant la première partie : le bon candidat (il en existe heureusement un certain nombre !) indique les grandes lignes de sa méthode, justifie éventuellement ses choix, indique très précisément les théorèmes utilisés (en vérifiant très soigneusement que les hypothèses requises sont bien vérifiées), effectue au tableau quelques calculs, sait en permanence où il va, sait profiter d'indications fournies par l'examineur, c'est-à-dire se montre assez psychologue (ou assez confiant) pour ne pas croire en permanence que celui-ci cherche à le déstabiliser (même si certaines questions sont bien sûr destinées à tester ses connaissances ou son esprit logique), assez malléable pour infléchir sa méthode ou au contraire assez ferme pour justifier ses choix.

X-Cachan 2007

Rappelons que l'oral est aussi l'occasion de voir si un candidat sait :

- poser un problème ;
- mener un calcul ;
- cerner les difficultés ce qui peut amener, lors d'une discussion avec l'examineur, vers une solution.

X-Cachan 2006

Le rôle de l'épreuve orale est de vérifier la connaissance et la maîtrise du pro-

gramme, mais aussi, plus qu'à l'écrit, de mesurer la solidité et la concision du raisonnement, l'adaptabilité à des énoncés originaux, les ressources d'initiative et d'invention, la ténacité dans l'exploration des problèmes, le talent heuristique et le sens mathématique, voire le recul par rapport aux énoncés et la hauteur de vue. À la différence de l'écrit, l'oral prend en compte la capacité à cerner les difficultés du problème posé, la compréhension intuitive (par extrapolation, analogie ou dessin), la résolution partielle ou le traitement d'un cas particulier.

- X-Cachan 2005 Les candidats sont [...] jugés sur leur réaction aux indications fournies par l'interrogateur, leur capacité à les comprendre et les utiliser, ainsi que sur les initiatives qu'ils peuvent prendre.
- X-Cachan 2004 Le candidat – contrairement à l'écrit – a la possibilité de rattraper ses erreurs tout au long de l'épreuve, s'il sait être à l'écoute de l'examineur. La vivacité d'esprit, la capacité de compréhension sont des atouts indéniables. Néanmoins la préparation permet à des candidats plus méthodiques et moins rapides de mettre en valeur leurs qualités.
- INT 2011 L'évaluation se fait désormais sur la capacité à répondre à des questions intermédiaires précises formulées par l'examineur, sur la rigueur des raisonnements et la solidité des connaissances.
- École de l'air 2009 Chaque sujet se compose de deux exercices dont la longueur est variable. Il est évident que l'examineur en tient compte. On peut avoir une bonne note sans avoir traité l'ensemble du sujet.
- Navale 2010 Une résolution partielle, l'étude d'un cas particulier ou une esquisse de solution n'était en rien discriminante pour faire une bonne prestation.
- Navale 2010 L'interrogateur a été favorablement impressionné par tout candidat qui était capable :
 - d'instaurer un véritable dialogue par des réponses rigoureuses et précises aux questions posées ;
 - de justifier la pertinence de ses choix en cas de sollicitations ;
 - de garder son sang froid en cas d'inefficacité de ses recherches.
- Saint-Cyr 2010-2011 Les calculs faits durant la préparation n'ont pas en général besoin d'être repris intégralement au tableau : le candidat entame le calcul, explique la démarche, propose son résultat puis l'examineur demande ou non des précisions.
- Saint-Cyr 2009 La note finale dépend bien entendu du travail effectué pendant la préparation mais beaucoup moins des résultats obtenus durant cette préparation. Ceci pour rappeler qu'un candidat n'ayant pas réussi à répondre aux exercices pendant la préparation peut obtenir une excellente note. Un examen oral est un échange entre le candidat et l'examineur et les candidats qui tirent profit de cet échange (en exposant leurs idées et leurs problèmes, en écoutant les indications directes ou indirectes) peuvent obtenir de bonnes notes.

Se débloquent d'une impasse

- Mines 2008 Certaines approches qui ne permettraient pas de résoudre entièrement le problème peuvent s'avérer intéressantes. Quelques exemples :
 - On ne sait pas résoudre le problème pose pour une fonction seulement supposée continue ? Et si l'on regardait d'abord ce qui se passe pour une fonction plus régulière ?
 - On ne comprend pas le comportement de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$? Et si l'on regardait déjà ce qui se passe pour les premiers termes de la suite ?
 - Et si l'on faisait un dessin ?
 - Et si l'on commençait par regarder comment ça marche lorsque $n = 2$? $n = 3$?
Même sans joindre d'énoncés, nous sommes sûrs que chacun comprendra. Que chacun, professeur ou élève, reconnaîtra une situation déjà vécue.

Mines 2006	S'il est vivement conseillé, lors d'une première approche du problème, d'utiliser un schéma ou l'étude d'un cas particulier, en revanche, un dessin, un geste de la main ou une « déclaration de bonnes intentions » (même utilisant le conditionnel) ne constitue nullement une preuve : l'examineur ne pourra évidemment pas s'en satisfaire.
Centrale 2006	Les candidats ne pensent pas à essayer de petits exemples (pour un déterminant compliqué, on peut commencer par $n = 2$ ou 3).
X-Cachan 2007	Devant la difficulté d'un problème ou d'un calcul, il ne faut pas hésiter à traiter un cas particulier ; dans une récurrence on pourra simplement faire le premier passage non trivial (typiquement de $n = 1$ à $n = 2$).
X-Cachan 2004	En cas de panne lors de la préparation, ne pas rester sur un échec. Il y a toujours quelque chose à faire : passer à une autre question, étudier un sous-cas simple, etc. Autant de signes qui indiquent à l'examineur les ressources du candidat.
Saint-Cyr 2002-2010	Devant un exercice que l'on ne sait pas résoudre, l'étude de cas particuliers simples peut être utile.
Petites Mines	Enfin, il paraît indispensable de rappeler qu'explorer des cas particuliers : $n = 2$, $n = 3$ ou $n = 4$ peut parfois éclairer le cas général n quelconque, ou encore qu'un dessin peut aider à la compréhension d'une situation.

§ 5. Attitude pendant l'oral

Autonomie

ENSAM 2011	Pour une grande majorité des candidats, les examinateurs constatent un manque d'esprit d'initiative. Ils doivent régulièrement les guider dans leur démarche et leur raisonnement.
ENSAM 2010	Pour une grande majorité des candidats, les examinateurs constatent un manque d'esprit d'initiative. Ils doivent régulièrement les guider dans leur démarche et leur raisonnement.
CCP 2011	Rares sont les candidats qui confondent oral et colle. Néanmoins, beaucoup de candidats attendent l'assentiment de l'examineur avant de progresser dans leur exposé.
CCP 2003	[Un des deux groupes de] candidats est composé de candidats non autonomes, rapidement bloqués par de petites difficultés, pour eux l'intervention de l'interrogateur (un dialogue et quelques questions) permet la distinction entre un candidat quelque peu déstabilisé mais qui sait réagir avec un peu d'aide et celui qui malgré plusieurs questions semble totalement perdu.
Mines 2011	Le défaut le plus récurrent vient du manque d'autonomie : trop de candidats se contentent d'attendre les indications de l'examineur avant tout raisonnement ou calcul.
Mines 2011	L'attitude consistant à demander à l'examineur de valider toutes les étapes du raisonnement ou des calculs est à bannir. De même, attendre systématiquement (voire demander directement) des indications pour avancer ne peut contribuer qu'à baisser la note. Faites preuve d'initiatives.
Mines 2008	La passivité des candidats nous inquiète. Un bout de dialogue entre un candidat et l'un d'entre nous :

L'examineur résume les résultats obtenus, et rappelle l'objectif de la question.
L'examineur : — Quelle approche pourrait-on envisager maintenant ?
Le candidat : — Ah mais je vois très bien où il faut arriver, mais je fais comment ?
L'examineur : — ... (Silence)
Le candidat (sur un ton insistant, ayant peut-être peur que l'examineur ne se soit endormi alors que le temps passe, ou n'ait pas entendu la question...):
 — Monsieur ? Je fais quoi alors maintenant ???

Une telle attitude consumériste, fréquente, est inquiétante pour de futurs ingénieurs.

- Mines 2008 Nous attendons des candidats une certaine autonomie, la capacité de proposer une piste permettant de progresser dans la résolution du problème posé. Certaines seront intéressantes, d'autres pas. Le métier d'ingénieur est ainsi fait.
- Mines 2007 De trop nombreux candidats se retournent vers l'examineur pour l'interroger sur la démarche à suivre.
- Mines 2006 On observe, par ailleurs, un manque très inquiétant d'autonomie des candidats aussi bien durant la période de préparation qu'au tableau. [...] Au tableau, ce manque d'autonomie est également confirmé. Ainsi, le moindre calcul fait trébucher le candidat moyen. Notons qu'il ne faut pas compter sur des interventions ou indications régulières de l'examineur et, a fortiori, le solliciter en permanence, comme cela se produit trop souvent !
- Mines 2005 On observe aussi un manque inquiétant d'autonomie des candidats : la période de préparation n'est pas exploitée efficacement. Rappelons qu'une fois franchi l'obstacle du cours qui se dresse souvent entre le candidat et l'examineur, et sur lequel nous ne saurions transiger, l'oral est un dialogue entre les deux personnes. Un oral de concours n'est donc pas forcément conçu pour être résolu entièrement, seul. Mais ce n'est pas non plus à l'examineur de mener la danse en permanence, et de faire systématiquement toutes les propositions de pistes qui peuvent être suivies. Un oral de concours n'est pas une khôlle, et trop de candidats ont tendance à ne pas faire la différence entre les deux. L'examineur n'est pas là pour dire si « c'est bon ou pas », comme certains candidats le demandent régulièrement, ou encore pour donner la solution de l'exercice lorsque le candidat ne s'en sort pas. Les questions du genre « il fallait faire comment ? » ou encore « est-ce que je pourrais avoir la solution et garder l'énoncé ? » ne sont pas les mieux venues.
- Mines 2003-2004 On observe un manque inquiétant d'autonomie des candidats ; la période de préparation n'est quasiment jamais exploitée et le moindre calcul fait trébucher le candidat moyen. Encore trop nombreux sont les candidats en attente des directions pouvant être fournies par l'examineur. Que dire de celui qui se plaint, dès le début de l'épreuve, que l'examineur ne l'aide pas assez ?
- Mines 2004 On retiendra [...] un manque croissant d'autonomie et la perte des capacités au fil de l'épreuve.
- Mines 2002 Globalement, les candidats sont de moins en moins autonomes.
- Mines 2001 De manière générale, l'autonomie des candidats est faible, nombre d'entre eux sont bien trop passifs et beaucoup commettent une erreur au premier calcul.
- Mines 2000 Il existe encore trop de candidats qui pensent que l'oral est identique aux colles passées durant les années de préparation. Ils ont une attitude attentiste (parce qu'ils n'ont pas d'idées ou hésitent à aller dans une direction) ou quémandeuse (pour s'assurer de la justesse de leur raisonnement). C'est exactement le contraire qu'attend l'examineur.
- Centrale 2010 [Il serait bon que les candidats arrêtent] de se croire en colle et d'interroger sans cesse l'examineur pour lui demander ce qu'ils doivent faire.
- Centrale 2009 [Une des] difficultés qui peuvent compromettre un oral [est] une trop grande passivité et un manque d'initiative : l'examineur est certes là pour aider le candidat, pour lui suggérer éventuellement quelques pistes, mais aucunement pour lui dicter

pas à pas la démarche.

- Centrale 2005 [Les candidats font preuve d'un] manque d'initiative : il arrive souvent que le candidat se tourne vers l'interrogateur pour attendre une « consigne ».
- ENSEA-ENSIEE 2010 Il ne faut pas toujours attendre la validation de ses affirmations par l'examineur mais faire preuve d'initiatives dans les recherches.
- INT 2010 Il faut rappeler que cette épreuve est un oral et que les candidats sont aussi évalués sur les initiatives et leurs idées face à un problème.
- INT 2010 Les candidats ne sont pas jugés sur le seul fait de trouver ou non les solutions des exercices proposés, mais sur les idées qu'ils émettent face à un énoncé, sur la façon dont ils exploitent les renseignements fournis, sur leur adaptation à la situation, et sur leur maîtrise du cours et des calculs.
- INT 2010 On attend d'un candidat qu'il écrive spontanément, et qu'il n'attende pas que cela lui soit suggéré.
Investir la situation de l'oral, rechercher le dialogue avec l'examineur de façon pertinente, apporter du dynamisme et prendre des initiatives restent les meilleurs gages de réussite.
- INT 2008 Les candidats ne sont pas jugés sur le seul fait de trouver ou non les solutions des exercices proposés mais sur la façon dont ils exploitent les indications fournies, leur adaptation à la situation et leur maîtrise du cours et des calculs.
- École de l'air 2011 La notation tient compte de la réaction du candidat aux indications proposées et des initiatives prises au cours de l'exposé oral. [...] Le candidat ne doit pas attendre l'approbation de l'examineur pour continuer son exposé.
- École de l'air 2010 Un candidat peut très bien avoir une bonne note sans avoir traité l'ensemble du sujet. La notation tient compte de la réaction du candidat aux indications proposées et aux initiatives prises au cours de l'exposé oral.
- École de l'air 2010 Le candidat ne doit pas attendre l'approbation de l'examineur.
- École de l'air 2009 Les candidats doivent être conscients que plus ils sont aidés, moins élevée sera leur note.
- École de l'air 2008 Le candidat ne doit pas s'attendre à obtenir une approbation après chaque phrase qu'il prononce. Il doit aussi faire preuve d'initiative et ne pas solliciter constamment une aide de l'interrogateur. L'examineur enlève des points à chaque fois qu'il apporte son aide.
- Navale 2010 J'attire notamment l'attention des candidats sur la différence d'approche qui doit distinguer un oral de concours d'une colle de préparation. Naturellement, la colle est faite pour entraîner le candidat à l'oral, mais le positionnement de l'examineur est très différent : en colle, votre professeur essaiera de vous aider à assimiler les parties du programme sur lesquelles vous butez et, en conséquence, vous vous attendez à son assistance ; à l'oral du concours, l'examineur est là pour apprécier vos aptitudes et attend de vous une attitude déterminée devant le problème posé. Prenez donc le temps de réfléchir et explicitiez clairement votre démarche : ce n'est pas tant sur la solution qu'il vous notera que sur votre manière de raisonner, votre assimilation des différents aspects du programme et sur votre comportement général. N'oubliez d'ailleurs pas que la plupart des épreuves orales scientifiques se passent sans aucun temps de préparation.
- Navale 2008-2009 Un nombre important de candidats n'ouvre plus du tout la bouche pendant dix minutes, ce qui est légèrement exagéré vu la durée de l'épreuve. Il semble souvent y avoir un blocage face au fait d'écrire quoi que ce soit. Sollicités par l'examineur, ils avancent du bout des lèvres quelques suggestions amphigouriques² et semblent attendre un feu vert pour oser prendre la craie. Ces candidats doivent comprendre

2. amphigouri = charabia

qu'ils sont jugés sur ce qu'ils écrivent : s'il n'y a rien au tableau, ils auront une mauvaise note.

- Navale 2004 Un autre défaut courant est de se retourner sans cesse pour quêter l'approbation de l'examineur face à un début d'évocation de proposition d'idées plus ou moins brumeuses sans avoir pris la peine et le risque d'écrire quoi que ce soit. Les candidats doivent comprendre que leurs propositions sont souvent ambiguës et qu'ils sont jugés en ce cas sur ce qu'ils écrivent : s'il n'y a rien au tableau, leurs essais sont nuls et non avenus (mais finissent par lasser l'interrogateur...).
- Saint-Cyr 2007-2010 Une attitude improductive à proscrire consiste à solliciter constamment l'approbation de l'examineur. Il est souhaitable de faire preuve d'autonomie. Si le jury doit intervenir il le fera.
- Saint-Cyr 2004-2006 Une attitude improductive à proscrire consiste à solliciter constamment l'approbation de l'examineur. Il faut au contraire progresser seul dans la logique que l'on élabore, cette attitude entraînera les remarques attendues.
- Saint-Cyr 2007-2011 Mieux vaut proposer des résultats même apparemment négatifs (« on pourrait penser à telle méthode mais qui ne convient pas ici parce que... »), car en éliminant les méthodes inapplicables, on crée un cheminement qui peut conduire à la solution.
- Saint-Cyr 2009-2010 Nombreux sont les candidats qui connaissent bien leur cours mais sont désarmés pour l'appliquer. Ces candidats sont trop dépendants des indications de l'examineur, que par ailleurs, ils exploitent bien. Ce manque d'autonomie devant des situations nouvelles semble devenir de plus en plus répandu.
- Petites Mines Tout d'abord, il est trop souvent constaté une tendance de la part du candidat, à trop attendre de l'examineur, comme s'il s'agissait d'une colle, où l'interrogateur pourrait se permettre de ponctuer l'interrogation par des indications données à l'examiné. En concours, la stricte justice demande que de telles indications pèsent négativement sur la note attribuée, les candidats doivent être pleinement conscients de ce fait.
- Petites Mines Trop rares sont les candidats faisant preuve d'initiative.

Mutisme

- Mines 2008 Certains candidats ont par ailleurs clairement avoué préférer le silence : « Mon prof m'a dit qu'il vaut mieux ne rien dire plutôt que de dire une bêtise ; alors je ne dirai rien. » Nous ne sommes pas sûrs que le candidat qui a proféré cette sentence ait été pleinement satisfait de l'appréciation chiffrée qui a couronné son oral.
- Mines 2008 Si un candidat joue la montre, s'il pense qu'en se murant dans un silence qui lui évite de dire des bêtises, s'il croit qu'en laissant l'examineur avancer tout seul dans la résolution de l'exercice, il s'en tirera au mieux, alors ce candidat se trompe lourdement.
- Mines 2000 Certains sont complètement muets ; c'est une attitude à proscrire.
- Mines 1999 L'aspect le plus déplaisant de ce cru 1999 aura été sans conteste l'apparition d'un nombre conséquent de candidats « quasi autistes ». . . Espèrent-ils ainsi ne pas dire de bêtises sur le cours ? Obtenir une note moyenne en attendant que l'examineur, lassé d'un silence pesant, ne lâche une indication pour qu'ils réagissent ? Il semble inutile de dire qu'une telle attitude est sanctionnée, et qu'elle le serait de plus en plus fermement si la tendance s'installait.
- La planche est celle du candidat, non celle de l'examineur. L'examineur écoute, regarde. Il n'a pas *a priori* à intervenir. Il n'en a pas l'obligation. Une attitude attentiste de la part du candidat est à l'opposé de l'esprit de l'épreuve : nous attendons du candidat qu'il **parle**, qu'il raisonne mais aussi qu'il **explique**, qu'il calcule mais aussi qu'il **commente**, qu'il conclue mais aussi qu'il **critique**. . . Que penser d'un candidat muet, écrivant peu et tout petit, et dont on a entrevu le visage pendant de rares

secondes ? L'épreuve, on ne le rappellera jamais assez, est un ORAL, les candidats auraient tort de l'oublier.

- X-Cachan 2007 Les candidats qui n'osent pas répondre aux questions de peur de dire une énormité et qui préfèrent « jouer la montre » ne seront clairement pas à leur avantage.
- Saint-Cyr 2004-2006 Devant une difficulté non surmontée, les candidats ayant une attitude de recherche active, même si celle-ci est improductive, laissent toujours une meilleure impression à l'examineur que ceux qui n'osent pas se livrer : ce sont ces candidats qui récolteront le plus d'indications.

Réactivité

- CCP 2011 Beaucoup de candidats en difficulté ont du mal à mettre à profit les remarques de l'examineur.
- Mines 2011 Il est nécessaire de rester combatif, l'oral est long et même en débutant mal il est possible de se mettre en valeur par la suite. La capacité à réagir est aussi un paramètre de la notation.
- Mines 2008 Le dialogue avec l'examineur, l'écoute attentive de ses critiques ou de ses précisions permettra sûrement de trouver un bon chemin. Il n'y en a souvent pas qu'un. Et même certaines approches qui ne permettraient pas de résoudre entièrement le problème peuvent s'avérer intéressantes.
- Mines 2000 Il s'agit d'un oral entre le candidat et l'examineur. Le rôle du candidat est de résoudre les exercices proposés, ou au moins de donner des directions de solutions en explicitant l'état de sa réflexion. Pour cela il peut s'aider du tableau, voire de la calculatrice, mais il ne lui est en aucun cas demandé d'écrire de manière formelle la totalité de sa réflexion. Le rôle de l'examineur est d'écouter, de regarder et d'apprécier ce que propose le candidat. Il n'a pas à priori à intervenir. Pourtant il le fait le plus souvent en demandant des précisions sur les méthodes utilisées, des justifications ou des directions de recherche. C'est parce que le candidat se trompe dans la direction à chercher et que l'examineur cherche à le remettre sur le bon chemin, ou parce qu'il n'a pas été assez précis, ou pour vérifier la connaissance du cours. Il faudra peut être alors utiliser le tableau en écrivant de manière précise le raisonnement demandé. Le fait que le candidat pose une question d'éclaircissement ou signale qu'il est bloqué est un signe d'honnêteté qui ne peut être que bénéfique.
- X-Cachan 2004 La différence avec l'écrit est que le candidat est aussi jugé selon sa rapidité, et donc sa concision et sa réactivité, et notamment doit être à l'écoute des indications de l'examineur.
- ENSEA-ENSIEE 2010 Un candidat n'arrivant pas à résoudre ses exercices, mais connaissant parfaitement son cours, et manifestant une bonne réactivité aux conseils donnés, aura une note lui permettant d'espérer son admission.
- ENSEA-ENSIEE 2010 Il faut savoir entendre la remarque de l'examineur pour avancer dans la recherche de la solution. S'il est possible de n'avoir pas trouvé toutes les réponses aux questions pendant la préparation, il est souhaitable de montrer sa capacité à assimiler une aide et à l'exploiter. Pour cela, quand l'indication est donnée, réfléchir, ne pas se précipiter pour remplir l'espace sonore, mais chercher en écrivant au tableau comme sur un brouillon. Proposer alors oralement des pistes de réflexion ou une solution si l'on a obtenu quelque chose de concret.
- INT 2011 Les candidats ne doivent pas confondre verbiage et résolution effective et doivent apporter en revanche leur contribution dynamique aux questions posées.
- École de l'air 2009 Aux questions de l'examineur il faut éviter de répondre immédiatement des absurdités en pensant que la vitesse est plus importante que la réflexion.
- École de l'air 2009 En cas de blocage, le candidat a intérêt à profiter des indications apportées par l'interrogateur pour reprendre l'initiative.

- Navale 2010 J'attire notamment l'attention des candidats sur la différence d'approche qui doit distinguer un oral de concours d'une colle de préparation. Naturellement, la colle est faite pour entraîner le candidat à l'oral, mais le positionnement de l'examineur est très différent : en colle, votre professeur essaiera de vous aider à assimiler les parties du programme sur lesquelles vous butez et, en conséquence, vous vous attendez à son assistance ; à l'oral du concours, l'examineur est là pour apprécier vos aptitudes et attend de vous une attitude déterminée devant le problème posé. Prenez donc le temps de réfléchir et explicitiez clairement votre démarche : ce n'est pas tant sur la solution qu'il vous notera que sur votre manière de raisonner, votre assimilation des différents aspects du programme et sur votre comportement général. N'oubliez d'ailleurs pas que la plupart des épreuves orales scientifiques se passent sans aucun temps de préparation.
- Navale 2005-2007 L'examineur n'est pas là pour faire trébucher de façon perverse le candidat. Ses questions ont en général pour but de vérifier ou de faire préciser les propres dires du candidat ou de lui donner une indication pour progresser et il serait de ce fait bienvenu qu'il se sente un peu tenu de répondre à ces questions et les écoute attentivement.
- Navale 2005-2007 L'épreuve repose partiellement sur quelques réflexes dont l'examineur teste la présence chez le candidat, et qu'un minimum de pragmatisme doit amener ce dernier à tendre l'oreille pour repérer la réponse que l'on attend de lui. On a néanmoins souvent affaire à une sorte de *flipper* épuisant, oscillant en permanence entre des affirmations très vagues (« la limite c'est quand on s'approche de l ») à d'autres excessivement précises (certains candidats adeptes du discours automatique se mettent subitement à énoncer tous les théorèmes qu'ils connaissent sur une notion alors qu'on leur en a juste demandé une définition).
- Saint-Cyr 2004-2006 La note finale dépend, bien entendu, des résultats obtenus au cours de la préparation mais aussi de la qualité de l'échange qui s'établit avec l'examineur. Certains candidats n'ayant pas résolu l'exercice pendant la préparation obtiennent de très bonnes notes pour avoir su exploiter des indications efficacement.
- Saint-Cyr 2002-2003 [Est] improductive l'attitude qui consiste à ne pas traiter complètement les exemples, ou les contre-exemples proposés par l'examineur, à ne pas reprendre un calcul lorsque cela est demandé, et, plus généralement, à ne pas répondre aux questions de l'interrogateur.
- Petites Mines Un point crucial de l'interrogation se situe évidemment au moment de la discussion entre le candidat et l'examineur : il appartient au candidat de prendre le temps d'examiner le problème posé, de choisir une démarche ainsi que des outils adaptés, de ne pas attendre désespérément l'aide de l'interrogateur ni de solliciter celui-ci sans arrêt de façon plus ou moins malhabile afin d'obtenir des indications précieuses... mais coûteuses on l'a vu précédemment. À l'inverse, les remarques de l'examineur ont pour but de rappeler des hypothèses oubliées, de dissuader le candidat de poursuivre dans des voies stériles ou de le guider, plus ou moins directement... La réaction à ces indications, le comportement du candidat et la faculté qu'il a à intégrer et à utiliser cet apport extérieur, interviennent, elles aussi pour beaucoup, dans l'appréciation finale.

Politesse et courtoisie

- GCP 2011 Le comportement des candidats est plutôt bon : malgré la tension psychologique et parfois la déception, les élèves restent courtois et attentifs durant toute l'épreuve.
- Mines 2009 Les candidats sont généralement très courtois et attentifs aux remarques des interrogateurs. On observe plus rarement de la désinvolture mais cela peut se produire. A tel examinateur qui fait remarquer que les théorèmes au programme comportent des hypothèses, une candidate rétorque tout de go : « Il doit bien y avoir un théorème de convergence avec hypothèses suffisamment faibles qui assure ici la convergence de la série de Fourier. Je poursuis donc... ».

- Mines 2005 Nous attendons des candidats qu'ils expliquent leur appréhension d'une situation, leur démarche, plutôt que de se lancer sans aucun mot dans une succession de calculs laborieux et souvent inexacts. . . À eux de proposer des pistes, à nous de les diriger si nous constatons que leur démarche est sans issue. Dans ce cas, il est inutile, pour ne pas dire plus, de se montrer désagréable avec l'examineur. La note ne diminue pas à la moindre indication ! Certains candidats ont semblé mettre un point d'honneur à nous couper la parole lorsque nous essayions de les guider, ou à ne pas tenir compte de ce que nous disions. Un tel refus d'un apport extérieur est une attitude peu scientifique. . . Le fait de se voir coupé dans des calculs, de ne pas finir un exercice lorsque le mécanisme a été désossé, n'est pas forcément mauvais signe ; certains candidats ont eu d'excellentes notes sans avoir à écrire des tableaux et des tableaux de calculs. . . Précisons donc enfin, si besoin est, que l'oral n'est pas une guerre, et que l'examineur n'est pas l'ennemi.
- Centrale 2010 Si la politesse est appréciée, l'obséquiosité peut agacer ; une attitude relativement neutre est préférable.
- Centrale 2010 Quelques rares candidats semblent trouver certaines questions indignes d'eux (préciser un calcul, détailler une suite d'inégalités, citer précisément un théorème) et répondent avec une pointe de mépris ou d'agressivité, d'autres encore demandent avec insistance les solutions en fin de planche (refus garanti). Faut-il rappeler que le jury est là uniquement pour évaluer ?

Expression orale

- Centrale 2008-2009 Ne pas oublier qu'il s'agit d'un oral ! Le candidat doit expliquer ses raisonnements, d'une voix audible, en s'adressant à l'examineur, avec toutes les précisions nécessaires pour être compris de celui-ci.
- Centrale 2006 L'attitude générale des candidats est correcte dans l'ensemble, mais on note une infime minorité essayant d'affirmer ou de reprendre à leur compte des résultats exacts donnés par l'examineur qui a corrigé une affirmation fautive ; de même quelques cas désinvoltes qui échouent fréquemment à préciser leur pensée : l'honnêteté scientifique est une qualité essentielle d'un futur ingénieur !
- Centrale 2002 De très nombreux candidats font des efforts pour décrire leurs pistes de recherche, pour parler au tableau, expliquer ce qu'ils font. Ils n'ont pas oublié qu'une interrogation orale est un dialogue, et que les remarques, questions, indications de l'examineur sont évidemment à prendre en compte.
- X-Cachan 2004 Il est apparu au jury que les candidats ne savaient pas aborder professionnellement une épreuve orale, ne mettant pas en valeur leurs qualités. L'épreuve orale doit aussi juger les capacités d'expression, de transmission d'information scientifique, et ce dans un laps de temps court.
- ENSEA-ENSIEE 2010 Un oral se déroule. . . à l'oral. Il est nécessaire de parler, de mettre un peu d'enthousiasme dans son discours.
- École de l'air 2009 On attend des candidats qu'ils s'expriment clairement et qu'ils évitent des phrases du type : « heu. . . , je. . .heu. . .vais. . .heu. . .heu. . . » en donnant l'impression d'attendre que l'examineur achève la phrase.
- École de l'air 2008 Éviter d'utiliser sans cesse l'expression « il est évident que », surtout si l'affirmation est loin d'être évidente, voire fautive.
- Saint-Cyr 2002-2004 Un oral est une épreuve où la capacité à s'exprimer et à communiquer joue un rôle important. Cette capacité se travaille tout au long des années de préparation.
- Petites Mines [Parmi] les qualités que l'on cherche essentiellement à mettre en évidence au cours des oraux, [. . .] une expression orale : élocution claire, discours découpé en phrases syntaxiquement correctes, capacité à résumer la voie suivie lors de la résolution d'un exercice, avant d'entrer dans les détails.

Esprit critique et recul

BanquePT 2010	Après avoir obtenu un résultat, avoir un minimum d'esprit critique pour ne pas l'accepter si il semble absurde ou impossible. C'est une qualité importante pour un futur ingénieur.
Mines 2011	De façon générale, les candidats n'ont pas peur des calculs, aussi compliqués soient-ils. Malheureusement, cela joue parfois des tours. Il n'est pas rare qu'en réfléchissant un peu, des calculs qui semblaient très lourds se révèlent très rapides à l'aide d'arguments simples, cela est particulièrement manifeste en algèbre linéaire et lors de la résolution de certaines équations différentielles.
Mines 2008	Nous souhaiterions un minimum de recul des candidats vis-a-vis de ce qu'ils disent, écrivent, ou calculent. Si le fait d'obtenir $\cos \theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ou $ x = \ln \frac{1}{\sqrt{3}}$ comme résultat de son calcul n'est pas un drame en soi, le fait de ne pas s'en étonner nous semble plus discutable.
Navale 2010	Parmi [les défauts rencontrés], l'examineur a relevé [un] faible esprit critique face à un résultat obtenu.
Navale 2004-2009	Pour de très nombreux candidats ce type d'interrogation reste difficile en raison d'une absence totale de recul face à ce qui leur est enseigné en Classe Préparatoire.
Saint-Cyr 2007-2010	Si l'accumulation d'erreurs et de lapsus est pénalisante il ne faut surtout pas perdre pied après une « bêtise ». Le jury tient compte de l'état de stress des candidats et les erreurs comprises et corrigées ne sont pas pénalisées.
Saint-Cyr 2005-2006	Si l'accumulation d'erreurs et de lapsus est évidemment mal perçus, un candidat peut obtenir une très bonne note après avoir mal débuté. Il ne faut pas perdre pied pour une erreur grossière. Ce qui est perdu est perdu, il faut se battre pour le reste.
Saint-Cyr 2004	Tout le monde peut se tromper. Les candidats qui rectifient d'eux même une erreur ne sont pas pénalisés par celle-ci.
Saint-Cyr 2002-2003	Lorsqu'un résultat faux est énoncé, il doit être clairement désigné comme faux puis rectifié. Proposer comme réponse deux résultats dont un faux, c'est proposer une réponse fausse. Par contre les candidats qui rectifient d'eux même une erreur ne sont pas pénalisés par celle-ci.
Saint-Cyr 2002-2003	Il [est] inadmissible que des résultats incohérents puissent être énoncés sans que cette incohérence ne fasse immédiatement l'objet d'une remarque du candidat. Bien que plus insidieuses, les incohérences entre un tracé et un résultat établi par ailleurs (tangente, convexité, asymptote) sont tout autant sanctionnées.
Petites Mines	[Parmi] les qualités que l'on cherche essentiellement à mettre en évidence au cours des oraux, [...] un minimum de « sens concret » des concepts manipulés : dessins géométriques, idée des valeurs numériques, interprétation et vérification des résultats obtenus...

Réflexion et méthodes de résolution

BanquePT 2010	Lors de la résolution d'un exercice, réfléchir pour savoir quelles parties du cours sont concernées, quels théorèmes vont s'appliquer, quelles méthodes sont possibles : ne jamais se lancer sans réflexion dans un calcul.
ENSAM 2010	Le jury rappelle [qu'il faut] être capable de mettre en place une démarche de résolution.
ENSEA-ENSIEE 2010	L'examineur attend clarté, rigueur et concision d'un exposé oral. Autrement dit, il est souhaitable en début d'interrogation d'indiquer la question à laquelle on va répondre, de donner une méthode de résolution et de l'exposer.
Navale 2010	Parmi [les défauts rencontrés], l'examineur a relevé [une] prise de parole trop rapide et sans réflexion.

Navale 2008-2009	Plus de candidats cette année ont accepté de prendre ne serait-ce que deux minutes pour lire l'énoncé et y réfléchir posément. Mais du coup une autre dérive étonnante est apparue : un nombre important de candidats n'ouvre plus du tout la bouche pendant dix minutes, ce qui est légèrement exagéré vu la durée de l'épreuve.
Navale 2004	Refus navrant de trop nombreuses personnes de prendre ne serait-ce que deux minutes pour lire l'énoncé et y réfléchir posément alors que l'examineur a fait l'effort systématiquement de les inviter à le faire.
Petites Mines	Le choix des méthodes s'avère parfois mauvais. Spécialement quand s'offrent une méthode (un peu) théorique et une méthode calculatoire – cette dernière l'emportant presque à coup sûr (on en trouve un exemple typique dans l'opposition algèbre linéaire – calcul matriciel). [...] De trop nombreux candidats n'emploient pas spontanément une méthode adaptée à l'exercice demandé, ou plus grave, ignorent totalement comment commencer. Une bonne connaissance du programme implique pourtant la maîtrise des méthodes classiques à employer pour résoudre chaque question élémentaire. D'autre part, on peut attendre d'un futur ingénieur qu'il soit à même de définir et d'utiliser le bon outil et pas simplement de prendre dans sa poche une pince multi-usages qui lui servira tour à tour de clef de dix, douze, de marteau, etc. . .
Petites Mines	Bon nombre de candidats traitent les exercices de façon automatique et technique, sans nécessairement comprendre ce qu'ils font et les concepts qu'ils utilisent. Prendre un peu de recul par rapport aux exercices ne peut être que payant.

§ 6. Utilisation de Maple

L'utilisation de Maple se fait lors des oraux de l'ENSAM, de Centrale (deuxième épreuve) et de Saint-Cyr. L'épreuve de l'ENSAM est la même que celle de Maths II de la banque PT, dont sont reproduits ici quelques extraits de rapports.

ENSAM 2011	<p><i>Durée de l'épreuve.</i> — Chaque candidat est interrogé durant une heure : une demi-heure est consacrée à la résolution d'un exercice de mathématique au tableau et l'autre demi-heure est consacrée à la résolution d'un exercice de mathématique par calcul formel sur un PC.</p> <p><i>Objectifs de l'épreuve.</i> — L'oral de mathématiques du concours e3a permet de tester l'acquisition des connaissances mathématiques et la faculté de les mettre en oeuvre autour d'une problématique simple éventuellement avec l'aide d'un logiciel de calcul formel.</p> <p>La résolution de problèmes avec l'aide de Maple ou de Mathematica crée un environnement expérimental pour les mathématiques.</p> <p>Le candidat doit prouver sa capacité à :</p> <ul style="list-style-type: none"> – poser un problème – le représenter sur ordinateur – utiliser les indications du logiciel pour donner une solution. <p><i>Organisation de l'épreuve.</i> — Un examinateur interroge deux candidats par heure, chacun restant 30 minutes sur le sujet de mathématique au tableau et 30 minutes sur l'exercice de calcul formel sur PC.</p> <p>[...]</p> <p><i>Analyse des résultats.</i> — Nous recherchons dans cette épreuve à valoriser des candidats ayant un profil équilibré. À savoir, que nous valorisons les candidats sachant à la fois mettre en pratique leurs connaissances en mathématiques pour résoudre des problèmes par calcul formel et mettre en place une démarche scientifique pour résoudre des exercices théoriques basés sur leur cours.</p>
ENSAM 2010-2011	<p>Le jury rappelle quelques conditions pour bien aborder l'oral de mathématiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> – connaître le cours et savoir énoncer clairement les théorèmes ; – s'entraîner à Maple ou Mathematica par la résolution de quelques exercices de base ;

- et surtout d'être capable de mettre en place une démarche de résolution.

Centrale 2010

Il n'y a eu qu'un nombre infime de candidats refusant d'utiliser le logiciel ou n'en ayant pratiquement aucune connaissance. Les deux points les plus marquants sont d'une part la façon très kitsch dont beaucoup d'étudiants utilisent les logiciels mis à leur disposition, d'autre part des écoles restrictives de programmation, caractérisées par une interdiction d'utiliser tel ou tel type de commande, ou au contraire par l'obligation d'utiliser telle ou telle méthode.

- Certains écrivent des instructions de programmation procédurale à la manière de ce qui se faisait dans les années 80 avec les logiciels de l'époque. Pourtant, la plupart de ces logiciels avaient déjà disparu du marché au moment de la naissance des candidats de 2010. Rappelons une fois encore que l'épreuve de Math II de l'oral de Centrale est une épreuve de mathématiques, et pas une épreuve de programmation. Tout ce qui est demandé à cet oral en terme d'utilisation des logiciels peut se faire en quelques commandes directes, sans faire usage de procédures ni de boucles.

- Peut-être y a-t-il aussi des écoles restrictives parmi les utilisateurs de *Mathematica*. Le faible nombre d'étudiants utilisant ce logiciel n'a pas permis d'en déceler. Avec *Maple*, nous avons observé les « expressionnistes » qui ne font jamais de fonctions, les « procéduriers » qui ne font rien sans écrire de procédure, les anti-sum qui n'utilisent jamais « sum » ni « Sum » et font une boucle pour calculer les premières sommes partielles d'une série de Fourier, les *substitutionnistes*, les « mappistes » ... L'attention des examinateurs a été attirée sur ces « écoles de programmation » parce qu'à un moment de leur étude, des étudiants se sont retrouvés bloqués du fait des règles qu'ils s'imposaient, ou parce qu'ils se lançaient dans des programmes bien trop longs dans le cadre d'un oral de 30 minutes.

Saint-Cyr 2007

Les phrases du type : [...] « je ne sais rien faire en maple » sont inutiles.

Utilisation du logiciel pendant l'épreuve

BanquePT 2010

Il est fortement conseillé aux candidats de nommer les résultats intermédiaires pour pouvoir les réutiliser : trop de candidats utilisent des « copier/coller » pour les réponses, pire les retapent « à la main » pour pouvoir les réutiliser. Une telle attitude est évidemment sanctionnée. Il est intéressant d'avoir une règle pour nommer : par exemple, nombreux sont les candidats qui désignent une matrice par la lettre « a » sans réaliser qu'ils ont déjà utilisé cet identificateur pour un des éléments de la matrice. . . Ils ont ensuite du mal à comprendre l'origine de leurs problèmes.

Certains ont tendance à « empiler » tous les calculs en une seule instruction ; cette habitude leur est toujours dommageable en cas d'erreurs car ils sont alors incapables de les trouver et donc de les rectifier : il est plus efficace de procéder par étapes et de vérifier, à chaque étape, la conformité du résultat avec ce qui est attendu.

ENSAM 2010

La résolution de problèmes avec l'aide de Maple ou de Mathematica crée un environnement expérimental pour les mathématiques. Le candidat doit prouver sa capacité à poser un problème, le représenter sur ordinateur et utiliser les indications du logiciel pour donner une solution.

Centrale 2010

Les sujets sont conçus pour ne pas pouvoir être résolus sans faire appel à l'un des deux logiciels mis à la disposition des candidats. [...] L'utilisation du logiciel est possible à tout moment de la préparation ou de l'oral.

Centrale 2010

Le jury a eu le plaisir de constater une amélioration sensible dans la pratique des logiciels, et dans la connaissance du cours. Malheureusement, il reste encore trop de candidats qui ne peuvent réaliser rapidement la partie sur logiciel et n'ont plus de temps à consacrer aux démonstrations.

Centrale 2010

L'oral se déroule forcément en grande partie face à l'ordinateur ; les candidats peuvent passer la totalité de l'oral devant leur écran, s'ils rédigent les questions de cours et les démonstrations sur l'ordinateur. Ceux qui ne se sentent pas capables de rédiger les questions théoriques directement sur l'ordinateur peuvent effectuer une partie de l'exposé au tableau, de manière classique. En cas de passage au tableau, les

candidats ne doivent en aucun cas y recopier des lignes de calcul, ou pire, des lignes de programme.

- Centrale 2009 Les sujets comportent généralement des questions où l'on indique d'utiliser l'ordinateur, mais il peut arriver que cela ne soit pas précisé, et c'est alors au candidat de déterminer à quel moment l'ordinateur va pouvoir l'aider.
- Saint-Cyr 2011 Durant la préparation le candidat dispose d'un ordinateur muni de Maple (version 13) et de Mathematica (version 6). Une clef USB lui est fournie pour enregistrer son travail. (Pour enregistrer un fichier il faut lui donner un nom ne comportant pas le caractère *).
L'interrogation se déroule dans une salle différente de la salle de préparation. Cette salle est elle aussi équipée avec un ordinateur muni de Maple et de Mathematica sur lequel le candidat développera son travail à partir du fichier qu'il a sauvegardé. L'autre exercice est traité au tableau.
- Saint-Cyr 2011 Le premier exercice est à traiter à l'aide du logiciel.
- Saint-Cyr 2009-2011 Tout candidat est systématiquement évalué sur sa capacité à utiliser un logiciel de calcul formel (maple ou mathematica).
- Saint-Cyr 2007-2008 L'épreuve [contient] l'utilisation d'un logiciel de calcul formel (maple ou mathematica). Ceci est systématique et tout candidat sera évalué sur cette utilisation.

Organisation et manipulation des feuilles de calculs

- ENSAM 2010-2011 Les candidats ne savent pas comment récupérer un résultat autrement que par « copier – coller ».
- Centrale 2010 Le cahier *Maple* ou *Mathematica* constitue un élément essentiel de l'exposé. On attend des candidats que ce cahier ne ressemble pas à un brouillon, mais soit correctement structuré (sections, sous-sections...); les règles typographiques doivent être respectées pour rendre le texte, les instructions et les commandes lisibles par l'examineur. En particulier, on doit veiller à insérer des espaces entre les mots, et de part et d'autre des opérateurs dans les formules. Le logiciel est indifférent à cette présence d'espaces, mais pas les examinateurs. À noter : la question des espaces ne se pose qu'avec *Maple*, puisque *Mathematica* les met automatiquement. Les explications et démonstrations doivent être tapées dans des cellules ou zones de texte, et il est possible de formater les équations assez correctement.
- Centrale 2010 Certains candidats placent plusieurs commandes dans une même cellule d'évaluation. C'est inefficace s'ils doivent refaire évaluer la cellule pour mettre au point les commandes parce qu'ils font alors réévaluer inutilement des commandes qui l'ont déjà été. En outre, il est plus difficile de déterminer la commande qui a engendré une erreur quand elle est mélangée à d'autres. La correction des erreurs est rendue d'autant plus ardue que la majorité des étudiants ne regardent pas les messages d'erreurs de *Maple* ni de *Mathematica*. Ceux-ci sont pourtant souvent très explicites.
- Centrale 2008 Les candidats ont dans leur grande majorité préparé avec soin cette épreuve. Mais certains ont visiblement peu travaillé avec ces logiciels, ou ont peut être travaillé dans un esprit différent. Cela se traduit par une incapacité à profiter des instructions directes, des possibilités de calcul immédiat. Cela se traduit aussi par une présentation peu claire, (cf instructions écrites sans espace aucuns), par l'oubli de sauvegarder de temps en temps sa feuille de calcul (au cas où...), par l'incapacité d'utiliser rationnellement l'aide intégrée au logiciel.

Connaissance des fonctions de base

- Centrale 2010 [Il y a] une confusion entre formel et numérique : beaucoup d'étudiants ne voient pas réellement ce qu'ils calculent ou représentent. Par exemple, en *Maple*, différence entre « int » et « Int », entre « add », « sum » et « Sum » ; en *Mathematica*, différence

entre « Integrate » et « NIntegrate », entre « Dsolve » et « NDSolve », entre « Sum » et « Nsum ».

Centrale 2010

Parmi les commandes basiques de *Maple*, il serait utile que les candidats sachent utiliser `convert`, `seq`, `solve` (avec sa famille, `rsolve` etc.), `eval` (avec la famille, `evalf`, `evalm`, etc.), `map`, ainsi que les fonctions des bibliothèques (oui des *bibliothèques*, et non des « librairies » ou des « packages ») « `plots` », et soit « `linalg` », soit « `LinearAlgebra` ».

Centrale 2009

Voici quelques points particuliers où de nombreux candidats ont eu des difficultés : savoir définir sur $\mathbb{R}$ une fonction dont on connaît une expression sur une période (avec `Mod` en *Mathematica*, `floor` en *Maple*), savoir calculer la dérivée n -ième d'une fonction en un point, savoir effectuer un produit de matrices, savoir représenter une courbe ou une surface donnée par les moyens habituels (équation, représentation paramétrique...). Compte tenu de la nature de l'épreuve, et des questions posées, il y a des fonctions des logiciels qu'il est difficile de contourner. Par exemple en *Maple* : `floor`, `sequence`, `map`, `assign`, `assume`, `simplify`, `implicitplot`, `animate`. En *Mathematica* : `Mod`, `Floor`, `Table`, `Assumptions`, `FullSimplify`, `ContourPlot`, `Animate`. Cette liste n'est bien sûr pas exhaustive.

Centrale 2004

Presque aucun candidat ne sait tracer le champ des tangentes et quelques solutions à l'aide d'un logiciel, seule l'instruction « `dsolve` » de *Maple* est appelée de façon incantatoire.

Centrale 2001

[Des] commandes pourtant élémentaires sont complètement ignorées : certains ne savent pas demander le calcul du polynôme caractéristique, ni la détermination des éléments propres. Un candidat n'a pas su faire effectuer un produit de matrices. Pourtant les questions posées ne nécessitent pas de longues séances d'apprentissage du logiciel.

Centrale 1999

Dans l'ensemble, les candidats [maîtrisent] les bases de la bibliothèque d'algèbre linéaire (`&`, `evalm`, `eigenvecs`, ...).

Saint-Cyr 2011

Il reste cependant encore quelques candidats brillants sur la partie purement mathématique qui ne connaissent aucune commande de base, ce qui ampute largement leur note.

Saint-Cyr 2010

Il arrive qu'un(e) candidat brillant(e) en mathématiques ne connaisse aucune commande de base, et reparte avec une note moyenne que le jury lui aura donnée sans état d'âme.

Utilisation de l'aide

ENSAM 2010-2011

Concernant le calcul formel, les examinateurs rencontrent trop de candidats n'ayant qu'une formation superficielle qui abusent de l'aide.

Centrale 2010

Beaucoup d'étudiants à la recherche d'une commande ne savent pas comment la chercher dans l'arborescence de l'aide de *Maple*. S'ils arrivent à la trouver, il survolent le chapeau de la page où est décrite la syntaxe de cette commande. C'est dommage car cela leur éviterait de devoir y revenir plusieurs fois.

Centrale 2009

Pour les utilisateurs peu expérimentés dans l'utilisation d'un logiciel, il est d'usage de recommander de ne pas placer plus d'une instruction par ligne de commande : cela rend plus facile la recherche d'erreurs, comme des parenthèses oubliées. Le respect des règles de typographie facilite cette recherche d'erreurs ; elle rend également l'instruction lisible par l'examineur. Noter que *Mathematica* insère automatiquement un espace après une virgule et autour des opérateurs. Les utilisateurs de *Maple* doivent le faire eux-mêmes. Toujours pour les moins expérimentés, il est utile de savoir naviguer dans l'aide. Par exemple, un candidat ne sachant pas le nom dans le programme de la fonction partie entière devrait savoir qu'il doit chercher dans l'onglet « `Mathematics` », sous-onglet « `Mathematical functions` ». Nombre de candidats ont perdu un temps considérable parce qu'ils n'avaient pas appris à faire une recherche méthodique dans l'aide. Enfin, il y a ceux qui effacent une ligne de commande leur ayant fourni

un résultat pour en taper une autre. Le nombre de lignes de commandes n'est pas limité ! Pour *Maple*, il y a un petit bouton qui permet d'insérer une nouvelle ligne de commande après celle où se trouve le curseur, et en *Mathematica*, il suffit de taper lorsque le curseur est placé au-dessous de la cellule (une ligne horizontale apparaît).

Centrale 2008 [Certains candidats sont dans] l'incapacité d'utiliser rationnellement l'aide intégrée au logiciel.

Utilisation de la liste des commandes (ENSAM uniquement)

BanquePT 2010 Manifestement, certains candidats découvrent le jour de l'oral la liste de fonctions et de mots-clés. Elle est pourtant diffusée de manière publique (annexée à ce rapport) dans le but que les candidats se l'approprient et s'y retrouvent facilement. Découvrir une fonction de base, pour résoudre une équation par exemple, le jour de l'oral ne permet pas à un candidat d'être efficace... On rappelle que cette liste n'est ni exhaustive, ni limitative et qu'elle est fournie aux candidats pour les aider.

Niveau de maîtrise du logiciel

BanquePT 2010 Pour la composante « calcul formel », le candidat n'est pas jugé sur une connaissance encyclopédique du logiciel mais sur son aptitude à utiliser cet outil de manière intelligente en utilisant des fonctions de base.

BanquePT 2010 Il faut travailler de manière régulière tout au long de l'année, y compris dans l'utilisation du logiciel de calcul formel : il doit être utilisé pour illustrer les différentes parties du cours et la compétence attendue ne s'acquiert pas en quelques jours, entre l'écrit et l'oral.

BanquePT 2010 Les maladroites et les erreurs les plus fréquentes du point de vue « calcul formel » résultent d'une méconnaissance plus ou moins grande de :

- la notion de règle de substitution,
- la distinction entre expression et fonction,
- la définition des fonctions,
- la notion de liste (et de séquence en Maple),
- la définition et de la manipulation des vecteurs et des matrices,
- la récupération des solutions d'une équation...

ENSAM 2010 Pour bien aborder l'oral de mathématiques [il faut] s'entraîner à Maple ou Mathematica par la résolution de quelques exercices de base.

Centrale 2010 Dans les rapports précédents, on avait indiqué que les étudiants ne savaient pas définir une fonction périodique f donnée par son expression sur une période. La situation ne s'étant pas améliorée, voici comment procéder. La méthode la plus simple comporte deux étapes : on définit à partir de l'expression connue une fonction g qui est la restriction de f à $[0; T]$, où T est la période. En *Mathematica*, on obtient f à partir de g par l'instruction $f := g[\text{Mod}[\#, T]] \&$, ou par $f[x_] = g[\text{Mod}[x, T]]$. *Maple* ne possédant pas de fonction « Mod », on passe par la partie entière, avec l'instruction $f := x \rightarrow g(x - T * \text{floor}(x/T))$.

Centrale 2010 Voici quelques savoir-faire qu'il serait bon que les futurs candidats possèdent :

- Savoir frapper rapidement sur un clavier d'ordinateur.
- Savoir engendrer des polynômes et matrices à coefficients généraux.
- Savoir représenter et animer les courbes et les objets géométriques usuels, en maîtrisant les options graphiques pour aboutir à des figures correctes.
- Savoir manipuler, simplifier, transformer et regrouper des nombres et des expressions, linéariser des expressions trigonométriques.
- Savoir résoudre exactement ou numériquement une équation différentielle ou un système différentiel, et représenter une famille de solutions.
- Savoir manipuler les vecteurs et les matrices : calculs symboliques sur les matrices (avec « map »), formation de matrices, réduction, recherche de bases, orthogonalisation pour des produits scalaires divers ; passage des équations aux vecteurs, des vecteurs aux équations.

- Centrale 2009 En ce qui concerne l'utilisation de l'ordinateur, afin d'éviter que l'oral [ne] devienne un oral de programmation, les examinateurs veillent à ne donner que des sujets pouvant être traités par utilisation directe des fonctions du logiciel. [...] Trop de candidats cherchent à écrire des programmes informatiques; rappelons une fois de plus qu'il s'agit d'un oral de mathématiques, pas d'un oral d'informatique. Ce que l'on demande aux candidats, c'est de savoir utiliser l'un des deux logiciels pour résoudre des problèmes de mathématiques dans le cadre du programme.
- Centrale 2006 L'objectif est d'avancer dans un problème mathématique en s'aidant du logiciel si et quand nécessaire :
 - calculer des limites, donner des développements limités en un point, ou asymptotiques;
 - tracer des graphes de fonctions ou des courbes planes, ou encore des surfaces. Les courbes peuvent se présenter sous diverses formes : paramétrisations, équation explicite ou implicite. Il faut pouvoir tracer plusieurs fonctions ou courbes sur le même dessin, choisir un domaine de visualisation, « zoomer » éventuellement. Il faut bien sûr penser à gérer les discontinuités possibles;
 - étudier des suites, séries numériques; calculer, représenter. Idem les suites et séries de fonctions, en s'aidant de graphes (analyser, comparer, conjecturer peut être);
 - calculer des primitives, donner des valeurs exactes ou approchées d'intégrales. Représenter une fonction définie comme intégrale à paramètre;
 - calculer dérivées partielles et différentielles de fonctions de plusieurs variables. On doit pouvoir composer des fonctions de plusieurs variables, trouver des points critiques, étudier les extremums;
 - calculer de façon explicite ou approchée les solutions d'une équation différentielle. Représenter ces solutions.
- Centrale 2004 On se contente, pour étudier une suite du type $u_{n+1} = f_n(u_n)$, d'une suite de valeurs numériques alors que l'énoncé demande explicitement un dessin simultané de la famille des graphes des f_n et de la ligne polygonale des points de coordonnées (u_n, u_{n+1}) qui permet de prendre conscience de l'importance du placement de un par rapport au point fixe de f_n . Le débat se limite malheureusement à une assertion automatisée du genre : « si f [sic] est croissante, u_n aussi ».
- Centrale 2002 Rappelons que nous n'attendons pas des étudiants une grande virtuosité technique mais l'on peut espérer qu'ils soient capables d'étudier un système simple à la main ou à la machine, de multiplier des matrices (!), d'obtenir des valeurs propres, de tracer rapidement des graphes de fonctions ou arcs paramétrés avec des échelles pertinentes en abscisses ou en ordonnées. Il peut être également intéressant de savoir générer une matrice dont le terme général est donné pour en observer, en petite dimension, le spectre, l'allure de l'inverse ou intuitiver un résultat qui reste à prouver.
- Saint-Cyr 2006 Le sujet « type » consiste en l'étude d'une suite récurrente, dont les éléments peuvent être des polynômes, des matrices, des scalaires : il suffit le plus souvent de connaître la syntaxe des boucles `for` et `while` et celle du `if...then...else`.
- Saint-Cyr 2007-2011 Il faut au minimum savoir définir un tableau, une séquence, une liste, une fonction, une procédure, une boucle (`for...while...`), un test (`if...`), tracer une ou plusieurs courbes ou surfaces avec les outils adaptés aux différentes définitions possibles, utiliser les outils fondamentaux d'algèbre linéaire (produit matriciel, déterminant, valeurs propres, vecteurs propres, ...), résoudre une équation (un système d'équations), effectuer une substitution, extraire les coefficients d'une matrice, d'un polynôme, et connaître quelques fonctions : partie entière, division euclidienne, intégration...
- Saint-Cyr 2004-2006 Les exigences sont très modestes : écrire une affectation et en comprendre le rôle, écrire une séquence, une alternative, une boucle simple et en comprendre le sens. Il faut connaître quelques fonctions comme celles donnant le reste et le quotient dans une division Euclidienne, la partie entière d'un réel, la factorisation d'un polynôme, le produit matriciel, le déterminant, les valeurs ou vecteurs propres. Il faut savoir également résoudre un système d'équations, effectuer le tracé d'une famille de courbes planes données en coordonnées paramétriques polaires ou cartésiennes, tracer une

nappe paramétrée ou une surface donnée implicitement. Notons que l'utilisation de tableaux est encore mal maîtrisée avec la confusion entre $u(n)$ et $u[n]$. On voit souvent des commandes du type « $u(n) :=$ » qui prouvent que la notion de tableau n'est pas comprise.

Exemples de problèmes à savoir résoudre

Saint-Cyr 2008-2011

L'exercice de calcul formel est souvent une question de cours déguisée comme par exemple : décomposer une fonction en série de Fourier, appliquer le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, développer la méthode d'Euler pour la résolution approchée d'une équation différentielle.

Saint-Cyr 2011

Exemples de sujets utilisant le calcul formel.

1. Soit F le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^5$ engendré par les vecteurs $(0, 1, 2, 0, 3)$, $(1, 0, 0, 1, 0)$ et $(1, 0, 1, 2, -1)$. écrire une procédure qui au vecteur (x, y, z, r, s) associe 0 ou 1 selon qu'il appartient ou non au sous-espace F .
2. On définit sur $E = \mathbb{R}_8[X]$ le produit scalaire $\langle P|Q \rangle = \int_{-1}^1 P(t)Q(t)dt$. Déterminer une base orthonormée de E .
3. Parmi les triples (a, b, c) d'entiers naturels tels que $a^2 + b^2 + c^2 = 2011$, quels sont ceux dont le produit est maximum ?

Saint-Cyr 2010

Exemples de sujets

1. Soit $(u(n))_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de réels décroissante qui converge vers 0. Montrer que pour tout $x > 0$, on peut définir une fonction $N : x \mapsto |n \in \mathbb{N} | u(n) > x$. Représenter graphiquement l'allure de $N(x)$. Déterminer à l'aide du langage choisi la fonction associée à la suite $(\frac{1}{(n+1)^2 \ln(n+2)})_{n \in \mathbb{N}}$.
2. Déterminer toutes les matrices 3×3 symétriques réelles M admettant le vecteur $u = (1, 2, 3)$ comme vecteur propre et dont l'endomorphisme associé laisse stable le plan d'équation $x + y - z = 0$. On pourra résoudre un système linéaire à 6 inconnues, ou toute autre méthode. Montrer que toutes les solutions de ce problème sont diagonalisables dans une même base orthonormée.

Saint-Cyr 2006

Le sujet « type » consiste en l'étude d'une suite récurrente, dont les éléments peuvent être des polynômes, des matrices, des scalaires.

Saint-Cyr 2006

Quelques exemples de sujets posés cette année dont la résolution doit être faite à l'aide du logiciel de calcul formel :

- Déterminer le terme d'indice n donné d'une suite récurrente de polynômes, puis représenter sur une même figure les graphes de ces polynômes.
- Créer une matrice $n \times n$ (n donné) dont les coefficients sont définis par une formule récurrente double.
- Écrire une procédure qui retourne, pour une matrice M donnée,

$$\min_{1 \leq j \leq n} (\max_{1 \leq i \leq n} M_{i,j}) \quad \text{et} \quad \max_{1 \leq j \leq n} (\min_{1 \leq i \leq n} M_{i,j})$$

puis comparer ces nombres pour une matrice quelconque.

- Un entier n étant donné, déterminer une fraction rationnelle F_n telle que $F_n(\tan x) = \tan(nx)$, et en déduire $\tan(\pi/10)$.

Saint-Cyr 2005

Quelques exemples de sujets posés cette année dont la résolution doit être faite à l'aide du logiciel Maple ou Mathematica.

- Déterminer la matrice de la composée de deux projections orthogonales sur deux plans donnés chacun par leurs équations cartésiennes.
- Compter parmi les n premières décimales de $1/\pi$ celles qui sont égales à 0 et conjecturer un résultat.
- Écrire une procédure testant si un entier naturel n étant donné, il existe un autre entier naturel m dont n est une puissance : $n = m^p$ avec $p > 1$.
- Trois points A, B, C étant donnés par leurs coordonnées, déterminer le point M de leur plan qui minimise la somme $MA + MB + MC$.
- Déterminer les vecteurs propres communs à deux matrices diagonalisables données d'ordre 4.

Notons au passage que ce dernier exercice, qui est un moyen sûr de voir si un candidat domine bien l'algèbre linéaire, n'a jamais été traité correctement.

Saint-Cyr 2004

Quelques exemples d'exercices posés cette année :

- Déterminer toutes les matrices $M \in M_3(\mathbb{R})$ telles que $M^2 - 4M + 3I_3 = 0$. Quelles sont les matrices solutions dont le spectre est de cardinal 1 ? Pouvait-on prévoir le résultat ?
- Déterminer les points à coordonnées entières sur la sphère contenant 4 points donnés.
- Déterminer les matrices des automorphismes orthogonaux de $\mathbb{R}^3$ qui laissent globalement invariant la droite vectorielle dirigée par $V(1, 1, 1)$.
- Déterminer les solutions sur $] -1; +\infty[$ de l'équation différentielle $x(x+1)y' + y = \arctan(x)$.

Recul sur l'utilisation d'un logiciel de calcul formel

Centrale 2010

Il faut donc déterminer rapidement ce qui relève de l'utilisation du logiciel, et ce qui peut se faire « à la main ». Un système de taille 7, un calcul de coefficients de Fourier, un changement de repère dans $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$, une orthonormalisation, et bien sûr un tracé de courbe, voilà des questions qui relèvent automatiquement de l'usage du logiciel. En revanche, la recherche des éléments propres d'une matrice 2×2 , la résolution d'une équation du second degré peuvent se faire à la main, surtout si l'on ne frappe pas vite au clavier.

Centrale 2009

Les résultats obtenus sur ordinateur ne sont souvent que des étapes dans l'étude d'un problème mathématique, permettant de comprendre ce problème en vue de sa résolution. Il importe alors que les résultats puissent être correctement interprétés. Si la programmation pure est réduite, la qualité des résultats est, elle, cruciale : si l'on veut comparer des fonctions, ce sera difficile si on les représente dans deux graphiques distincts. Si l'on veut étudier les termes d'une suite (u_n) , ce sera plus facile à interpréter si l'on fait un tableau en deux colonnes, avec n dans la première, et u_n dans la seconde. Si l'on veut étudier une série de fonctions, une animation montrant l'évolution des sommes partielles sera très efficace. Si l'on veut étudier une courbe non continue, on ne pourra pas accepter le gribouilli produit par l'ordinateur en reliant des points qui ne doivent pas l'être. Quand on étudie une fonction, le choix des échelles horizontales et verticales est crucial. Si on laisse l'ordinateur choisir lui-même les axes et les échelles, on aboutit à des conclusions du genre (c'était en fait sur d'autres fonctions) « lorsqu'on trace sinus et tangente en même temps, sinus devient une fonction constante ». Bref, il conviendrait que les candidats soient critiques vis à vis des résultats que l'ordinateur leur procure, et connaissent l'existence des options des fonctions qu'ils utilisent.

Centrale 2004

Outre les courbes non cadrées qui donnent des droites ou des points, certains candidats ont affirmé qu'une ellipse dessinée à l'écran ne peut être un cercle.

Centrale 2003

Les candidats ont bien du mal à trouver rapidement des intervalles intéressants pour représenter des courbes. Utiliser la fonction *Maple plot* avec comme intervalle $-\text{infinity}.. \text{infinity}$ est rarement pertinent... dans la mesure où les candidats n'ont en général aucune idée de la façon dont Maple traite ce type de graphique.

Centrale 1999

L'utilisation de l'informatique ne doit pas exclure toute aptitude à effectuer le moindre calcul.

Saint-Cyr 2008-2010

Le logiciel est une aide à la résolution des exercices, ce ne doit pas être un handicap ! En effet, certains candidats abordent l'exercice en pensant qu'il existe nécessairement une commande spécifique qui va permettre de traiter directement la question, et perdent le temps de préparation à retrouver la commande miracle. La bonne démarche lorsque cette commande est inconnue (et le but de l'épreuve n'est pas de connaître les moindres recoins du logiciel) consiste à découper les calculs naturellement comme on le ferait à la main.

Saint-Cyr 2002-2003

Lorsque [Maple] fournit un résultat, celui-ci doit-être critiqué. Vraisemblance, ordre de grandeur, implications et conséquences doivent être passés au crible du raisonnement mathématique.

§ 7. Utilisation de la calculatrice à l'oral

Mines 2009

L'usage de la calculette est bien trop limité : c'est regrettable car il permet de conjecturer ou visualiser. Elle peut donc se révéler une aide précieuse. Il paraît donc préférable d'être capable d'écrire rapidement un petit programme afin de ne pas trop improviser le jour de l'épreuve, comme cela s'observe parfois.

Mines 2006

Le candidat peut utiliser sa calculatrice ; il lui est même vivement conseillé d'exploiter intelligemment celle-ci et donc de s'être entraîné à le faire.

Centrale 2008

L'épreuve [orale] de mathématiques 1 porte sur l'ensemble du programme de première année PCSI et de deuxième année PSI. Le candidat ne dispose pas d'ordinateur pour cette épreuve ; il peut néanmoins utiliser sa calculatrice, et parfois gagner ainsi un temps précieux.

Centrale 2007

Les calculs ne sont ni à proscrire (rappelons que les calculatrices ne sont pas interdites) et donc le candidat peut avoir à effectuer des calculs dont la difficulté ne les rendra pas insurmontables, ni à multiplier au détriment du raisonnement (le calcul ne sera qu'un outil au service d'une réponse qui devra être énoncée et justifiée).

Centrale 2006

Au tableau, les calculs sont souvent trop lents et la justification des résultats de la calculatrice est rarement satisfaisante.

École de l'air 2011

L'usage de la calculatrice est interdite sauf mention contraire indiquée sur le sujet.

École de l'air 2010

En général, les exercices ne nécessitent pas l'usage des calculatrices.

ENSEA-ENSIEE 2010

Les documents et les calculettes sont interdits.

III. REMARQUES SUR LES BASES

Navale 2010	Difficultés de calcul récurrentes et particulièrement déterminantes pour le classement des candidats proches de la moyenne.
Mines 2011	Les règles de calculs avec des puissances ou des logarithmes sont parfois ignorées. . .
Mines 2003	Une pratique régulière et intelligente du calcul réduit considérablement les risques d'erreur au moment des concours.
Mines 1998	La faiblesse en calcul d'une grande partie des candidats s'est révélée préoccupante.
Petites Mines	[Parmi les] lacunes et maladroites qui devraient pouvoir être aisément éliminées : l'usage de quantificateurs comme abréviations, ce qui ne peut qu'irriter l'interrogateur.
INT 2011	Les techniques élémentaires de calcul (factorisations, développements, majorations, minorations, utilisation des parenthèses) sont souvent conduites de façon bien laborieuse.

§ 1. Logique

E3A 2011	[Le premier exercice du sujet] permettait notamment d'évaluer les candidats maîtrisant des raisonnements classiques : analyse-synthèse, par l'absurde, récurrence.
----------	--

Conditions nécessaires, conditions suffisantes

CCP 2003	Le caractère nécessaire et suffisant est souvent étudié dans un seul sens.
Mines 1998	Trop de candidats ne comprennent pas la signification de « condition nécessaire » et « condition suffisante », essayant parfois de montrer deux fois de suite la même chose.
X-Cachan 2005	La plupart des candidats ont allègrement confondu condition nécessaire et suffisante et implication.

Négation et contraposée d'une proposition

Mines 2002	Un erreur de logique fréquente est : « $\text{non}(\forall x P(x))$ » serait équivalente à [la proposition] « $\forall x (\text{non } P(x))$ ».
Mines 2000	La logique la plus élémentaire est bien mal connue. Une proportion énorme de candidats est incapable de formuler le contraire d'une proposition simple.
X-Cachan 2005	La plupart des candidats [...] ont été absolument incapables de construire un raisonnement par contraposée correct.

X-Cachan 2005

La négation de « toutes les valeurs propres sont à partie réelle strictement négative » [n'est pas] « toutes les valeurs propres sont à partie réelle positive ».

Raisonnement par équivalence

Centrale 2007/2010

La plupart des élèves semble incapable de gérer un raisonnement par équivalence : ils débutent sur des équivalences (plus ou moins bien étayées), puis continuent sur des implications (elles-aussi plus ou moins bien étayées) et enfin terminent sur une équivalence !

Injectivité, surjectivité

Mines 2004

L'injectivité et la surjectivité sont très souvent confondues.

Centrale 2005

La restriction d'une application non-injective à un sous-ensemble de l'ensemble de départ peut-être injective ; la restriction d'une application surjective à un sous-ensemble de l'ensemble de départ n'est pas toujours surjective.

Existence et unicité

Mines 2011

Beaucoup de candidats utilisent mal le « théorème de la bijection », confondant notamment existence et unicité.

Mines 2006

Une erreur très courante est celle qui consiste à croire qu'un objet est unique parce que la manière dont on le construit ne donne qu'une solution. [...] Ce n'est pas parce que le candidat n'a qu'une seule solution à proposer que celle-ci est unique.

Contre-exemples

Centrale 2007

Toujours, au risque de rabâcher :

Une **assertion** se prouve par une **démonstration**.

La **négation** s'obtient par un **contre-exemple**.

[...] De même, la phrase :

« On ne peut pas en déduire que... est vrai (resp. faux) »

n'a aucune valeur et, contrairement à ce que pensent de nombreux candidats, pas du tout la même signification que :

« On peut déduire que... est faux » — après un contre-exemple,
resp. « On peut déduire que... est faux » — après une démonstration.

Centrale 2006

Lorsque l'énoncé demande si une assertion est vraie (ou fausse), la réponse attendue n'est pas : « C'est vrai! (ou faux!) ».

Le nombre de points alloué à ce genre de réponse est, il faut en avoir conscience, égal à zéro. On attend :

- une démonstration si la réponse est positive ;
- un contre exemple si elle est négative.

Diverses erreurs logiques

Centrale 2003

Plusieurs erreurs grossières [comme] la confusion entre max et sup.

Centrale 2001

[Alors qu'il] était demandé de démontrer que « si A est (une matrice) inversible, alors il existe, au plus, un couple (L, U) – vérifiant certaines propriétés – tel que $A = LU$ », le « au plus » est manifestement apparu [à plus de la moitié des] candidats comme un effet oratoire totalement superfétatoire et ils ont cru dégager l'idée essentielle en « simplifiant » [en] « il existe un couple ». Faute de logique très grave! [...] Nombre d'entre eux concluent, [quelques questions après] : « si A est (une matrice) non inversible, alors il n'existe pas de couple (L, U) tel que $A = LU$ ». Seconde faute de logique très grave!

§ 2. Récurrences

E3A 2011

Dans la plupart des copies, les récurrences étaient correctement rédigées. Rappelons que « la suite (u_n) est croissante » n'est pas une hypothèse de récurrence.

E3A 2010

[Le jury] s'alarme du peu de rigueur dans la rédaction des raisonnements par récurrence. S'il est admissible que certaines formules peuvent se justifier par un « d'après une récurrence immédiate », il ne l'est pas que les questions soient systématiquement traitées de cette manière. Le jury attendait qu'au moins un raisonnement par récurrence soit complètement et correctement rédigé en particulier avec une vérification de l'initialisation.

CCP 2007

[Pour montrer que la suite définie par $\alpha_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, \alpha_{n+1} = (n+1)\alpha_n + (-1)^{n+1}$ est à valeurs dans $\mathbb{N}$,] l'argument se ramène très souvent à $\alpha_0 = 1 \in \mathbb{N}$ et si $\alpha_n \in \mathbb{N}$ alors $\alpha_{n+1} = (n+1)\alpha_n + (-1)^{n+1}$ donc $\alpha_{n+1} \in \mathbb{N}$. Devant la relation $\alpha_{n+1} = (n+1)\alpha_n + (-1)^{n+1}$ de nombreux candidats ne semblent pas imaginer que α_n puisse être nul (malgré le calcul de α_1) ou bien que $(-1)^{n+1}$ puisse être négatif.

CCP 2004

Les démonstrations qui nécessitent [...] des raisonnements par récurrence ont trop souvent été traitées de façon incomplète, en particulier les récurrences doubles [...] ont rarement été conduites avec soin.

CCP 2004

Parmi les conseils que l'on peut donner aux étudiants pour améliorer leur note à l'écrit : [...] être précis dans la conduite des raisonnements par récurrence.

CCP 2003

On aurait souhaité voir mis en évidence les arguments essentiels du raisonnement par récurrence de la fin de cette partie.

Mines 2009

Les raisonnements par récurrence ou de limite ne sont jamais traités par les candidats (est-ce humiliant ?) : on préfère invoquer le mot « itération » tellement plus efficace ou « cela se voit » qui met souvent fin à toute discussion.

Mines 2005

Il semblerait que raisonner [...] par récurrence [...] soit devenu dégradant ! (« On voit bien que... » ou « on pourrait itérer » sont beaucoup plus efficaces !)

Mines 2002

Le raisonnement par récurrence est mal maîtrisé.

X-Cachan 2005

Le principe de la récurrence n'a pas été assimilé. [...] Le jury se demande si [certains] candidats auraient su montrer par récurrence que tous les points du plan sont alignés!

Initialisation d'une récurrence

Mines 2010

Pour démontrer une propriété par récurrence, il faut choisir celle-ci judicieusement et traiter correctement l'initialisation.

Mines 2010

[Certains récurrences nécessitent de faire une initialisation] sur les deux premiers termes.

Mines 2004

Certains candidats ne savent pas faire correctement un raisonnement par récurrence. Si on montre que les propriétés $P(n)$ et $P(n+1)$ impliquent $P(n+2)$, pour initialiser la récurrence, il faut montrer que $P(0)$ et $P(1)$ sont vraies.

§ 3. Valeurs absolues, inégalités

ENSAM 2011	Les valeurs absolues posent beaucoup de problèmes pour bon nombre de candidats.
Mines 2001	Est également fréquemment douloureuse la gestion d'inégalités, de valeurs absolues...
Centrale 1999	Majorations souvent mal conduites.
INT 2010	[Il] apparaît une fragilité [...] systématique vis-à-vis des techniques élémentaires de calcul [comme les] majorations, minorations [et] manipulations de valeurs absolues.
INT 2008	Certaines techniques sont toujours mal maîtrisées, comme par exemple, [...] les encadrements, l'utilisation des valeurs absolues.
Navale 2005-2007	Le traitement des inégalités est source d'énormes difficultés pour beaucoup de candidats. L'obtention de majorants de termes généraux de séries par exemple semble souvent hors d'atteinte et il n'y a à vrai dire souvent aucune tentative sérieuse pour y arriver.
Navale 2004	L'incapacité de multiples candidats à faire la différence entre inégalité stricte et une inégalité large confine parfois au délire.
Mines 1999	Nous suggérons aux futurs candidats [de] manipuler davantage les inégalités dans $\mathbb{R}$; seule une pratique régulière donne de l'aisance et de l'efficacité dans ce domaine.
Mines 1998	On remarque aussi des confusions fréquentes entre des inégalités strictes et larges, [...] ce qui est lourdement pénalisé.
X-Cachan 2004	Un nombre incalculable de candidats semble ignorer [les] majorations élémentaires [du type $0 \leq \lambda \leq 1/2 \implies \sqrt{1-\lambda} \geq 1/\sqrt{2}$.]

Manipulation d'inégalités

CCP 2011	Majorer, minorer ou encadrer ne font pas partie des compétences acquises. Majorer la valeur absolue d'une différence ou d'un quotient est une épreuve difficile.
Centrale 2009	On voit apparaître de grossières erreurs dès qu'il s'agit de combiner entre elles plusieurs inégalités.
Navale 2008-2009	[Parmi] les points litigieux principaux qui sont toujours les mêmes : extrême difficulté à écrire la plus infime majoration, inattention dans la manipulation des inégalités notamment lors de multiplication par un réel.
Mines 2011	De sérieuses difficultés de manipulations des inégalités, qu'elles soient numériques et de type convexité ou tenant à des intégrales.
Mines 2006	Attention au signe de qui peut changer le sens des inégalités.
Mines 2003	Les manipulations d'inégalités sur $\mathbb{R}$ ne sont pas maîtrisées. Le nombre de majorations fausses et d'erreurs de calcul est impressionnant.

Fausse inégalité

Mines 2008	Certaines fautes sont inexcusables, [comme] affirmer que pour tout réel a positif ou nul, a est plus petit que son carré !
École de l'air 2008-2009	[Parmi les] erreurs trop souvent rencontrées [signalons] l'utilisation de majorations hasardeuses, données sans démonstration, et souvent fausses.

Problèmes avec les valeurs absolues

ENSAM 2010	Les valeurs absolues posent beaucoup de problèmes pour bon nombre de candidats.
Mines 2010	Signalons [...] l'emploi trop fréquent de la curieuse inégalité $ a - b \leq a - b $.
CCP 2008	On peut lire $ e^{i\omega} < 1$, ou pire encore, sans le module !
Navale 2005-2007	Il y a [...] des difficultés invraisemblables [au niveau de la manipulation des valeurs absolues, par exemple] pour passer de $ x \leq 1$ à $-1 \leq x \leq 1$.
Mines 2002	[On voit souvent écrit] $v_i \leq w_i \implies v_i \leq w_i $.
Mines 2007	Certains écrivent $\frac{\partial}{\partial \alpha} P_r(x, \alpha) ^{2t} = \frac{\partial}{\partial \alpha} P_r(x, \alpha) ^{2t}$!

Oubli des valeurs absolues

Centrale 2004	Trop peu d'étudiants majorent en module.
École de l'air 2009	Les valeurs absolues sont souvent oubliées, notamment dans les majorations.
École de l'air 2008	Les valeurs absolues sont souvent oubliées, notamment dans les théorèmes utilisant une majoration.
Mines 2002	Un certain nombre [de candidats] ignorent la présence des valeurs absolues d'un bout à l'autre du problème.
Mines 2002	Certains candidats, visiblement embarrassés par les valeurs absolues, les ignorent superbement.
Mines 1998	Certains [majorent] sans valeur absolue des fonctions de signe quelconque.

Inégalités faisant intervenir le max ou le sup

Mines 2007	Les « passages aux max » sont souvent mal justifiés ; par exemple, majorer $\max_i \sum_{l,j} M_{i,l} N_{l,j}$ par $\ M\ \ N\ $ (où $\ M\ = \max_i \sum_j M_{i,j} $) n'est pas faux mais mérite une explication.
Mines 2002	Le sup de $ \sum a_{i,j} x_j $ est parfois considéré comme « évidemment » égal à $ \sum a_{i,j} $.
Centrale 2009	Une grave étourderie [consistait] à affirmer que $ a + b \leq \max(a , b)$. Pour éviter ce genre d'erreur, il suffit de tester ce que l'on écrit sur un exemple numérique simple (par exemple $a = b = 1$).

§ 4. Trigonométrie

CCP 2011	Le moindre calcul utilisant les nombres complexes, les polynômes, les fractions rationnelles ou une formule de trigonométrie peut arrêter totalement le candidat.
CCP 2009	On rappelle qu'il existe des formules permettant de changer le signe devant une fonction trigonométrique : par exemple $-\cos(\alpha) = \cos(\pi - \alpha)$.
CCP 2010	Les notions de trigonométrie s'effacent, $1 - \cos^2 \alpha$ n'est plus forcément remplacé par $\sin^2 \alpha$.
CCP 2009	Toute notion de trigonométrie (pourtant utile par exemple lors des calculs de coefficients de Fourier) semble avoir disparu.
CCP 2005	De nombreux sujets élémentaires (vus en classes de Mathématiques Supérieures ou terminale) bloquent toujours les candidats, citons : toutes les formules de trigonométrie, l'utilisation des développements limités et les équations du 2ème degré.

CCP 2004	La trigonométrie [bloque un grand nombre de candidats] (il faut désormais fournir les formules les plus simples).
CCP 2003	[Parmi] les sujets élémentaires qui bloquent un candidat, [citons] toutes les formules de trigonométrie.
Mines 2009	On constate une méconnaissance croissante des formules trigonométriques usuelles.
Mines 2007	Beaucoup de candidats se voient contraints d'utiliser une formule d'addition pour calculer $\sin(2k\pi - \alpha_k)$.
Mines 2005	Les formules trigonométriques de base sont ignorées ou mal connues.
Mines 2003	Parmi les nombreuses erreurs, [...] $\sin \omega = 0$ entraîne $\omega = 0$ ou $\omega = 2k\pi$.
Mines 2003	Une nouvelle formule a fait florès : $\sin(\frac{n\pi}{2}) = (-1)^n$.
Mines 2001	Nous préférons enfin passer sous silence les belles formules de trigonométrie circulaire qui nous ont été présentées.
Centrale 2010	Certaines des techniques de base se perdent : [...] beaucoup [de candidats] ne savent plus passer d'une combinaison linéaire d'un sinus et d'un cosinus à une forme phase-amplitude.
Centrale 2010	Les linéarisations de fonctions trigonométriques sont difficiles à obtenir.
Centrale 2007	Le jury a pu constater [une] certaine maladresse dans l'utilisation des fonctions trigonométriques.
Centrale 2002	La trigonométrie [est] toujours [source] d'assez nombreuses erreurs
Centrale 2002	Parmi les points sur lesquels de gros efforts seraient appréciés, citons [la] trigonométrie.
Centrale 2001	La trigonométrie est toujours aussi mal connue (la méconnaissance des formules essentielles : duplication, transformation de sommes en produits et de produits en sommes, expressions en fonction de $\tan(x/2)$ a été sévèrement pénalisée).
Centrale 2000	La trigonométrie est toujours aussi mal connue.
Centrale 2000	La méconnaissance de formules élémentaires de trigonométrie handicape beaucoup de candidats.
Centrale 1999	Il n'est pas admissible [que la] trigonométrie [montre un] manque d'aptitudes techniques [et] ne soit pas rapidement traité.
Centrale 1999	Le jury déplore cette année de graves déficiences sur la manipulation des expressions trigonométriques.
École de l'air 2010	[Parmi] les lacunes et erreurs les plus fréquentes [figurent] les formules trigonométriques de base (savoir linéariser $\sin^2 x$ par exemple).
École de l'air 2008	[Les] formules trigonométriques de base [...] sont trop souvent méconnus.

Fonctions trigonométriques réciproques

Centrale 2009	La définition des fonctions circulaires réciproques est mal connue, de même que leurs propriétés élémentaires.
Centrale 2008	Les fonctions usuelles sont oubliées ou malmenées ; la présence d'une fonction circulaire réciproque dans un énoncé devient un obstacle insurmontable.
Centrale 2006	Trigonométrie et fonctions circulaires réciproques (par exemple Arc cos qui intervient dans les rotations de $\mathbb{R}^3$) très mal maîtrisées ; les polynômes de Tchebychev ne sont pas au programme mais il serait judicieux de savoir trouver $\cos(nx)$ et $\sin(nx)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$.

Centrale 2005

Les dérivées des fonctions trigonométriques inverses donnent lieu à des formules fantaisistes. Les examinateurs sont obligés de demander de regarder le domaine de définition des fonctions pour accéder péniblement à un résultat juste.

§ 5. Nombres complexes

- E3A 2011 Comment expliquer qu'un candidat puisse réussir [un exercice d'analyse] en entier alors qu'il est incapable de démontrer que : pour tout a appartenant à l'ensemble des complexes, $|a + 1| = |a - 1| = 1$ implique que $a = 0$?
- E3A 2007 Les notions de module et d'argument d'un nombre complexe semblent bien floues (programme de Terminale). Encore une fois, un peu de bon sens permet souvent d'éviter des erreurs grossières.
- CCP 2011 Le moindre calcul utilisant les nombres complexes, les polynômes, les fractions rationnelles ou une formule de trigonométrie peut arrêter totalement le candidat.
- CCP 2006 Une autre remarque importante concerne l'utilisation des nombres complexes ; voici quelques exemples : « la partie réelle de $(a + ib)^n$ est a^n », « $z \in \mathbb{C}$ et $|z| < 1$ donc $-1 < z < 1$ et $0 < \frac{1+z}{2} < 1$ » et « si $z = e^{i\theta}$ avec $0 < |\theta| < \pi$ alors $|\frac{1+e^{i\theta}}{2}| \leq \frac{1}{2} + |\frac{e^{i\theta}}{2}| < 1$ car $0 < |\theta| < \pi \implies |e^{i\theta}| < 1$ ».
- CCP 2005 Pour un trop grand nombre de candidats, on constate un manque de maîtrise du calcul élémentaire sur les nombres complexes.
- CCP 2009 Tout calcul concernant les nombres complexes est difficile.
- Mines 2007 Des difficultés dans la résolution de problèmes concernant l'algèbre générale (nombres complexes, polynômes, fractions rationnelles).
- Centrale 2000 Près de trois fois sur quatre, nous avons « appris » que, si a et b sont deux nombres complexes, $a^2 - b^2 = |a|^2 - |b|^2$.
- Centrale 1999 Il n'est pas admissible [que les] calculs sur les nombres complexes [montrent un] manque d'aptitudes techniques [et] ne soient pas rapidement traités.
- X-Cachan 2005 Parmi les points faibles fréquemment rencontrés, le jury note [...] des maladresses dans les manipulations des nombres complexes.
- INT 2010 Les calculs sur les nombres complexes arrêtent certains candidats.
- INT 2011 Les calculs sur les nombres complexes, dont ceux qui font intervenir la conjugaison, arrêtent certains candidats.
- Navale 2004 La moindre apparition d'un nombre complexe engendrait souvent une panique incontrôlable, dont la conséquence était souvent la précipitation à passer en écriture cartésienne dans des cas qui se traitaient immédiatement sous l'écriture exponentielle.
- Petites Mines Les calculs sur les nombres complexes : les notions de conjugué, de module sont mal maîtrisées ; leur utilisation pourrait permettre de simplifier la linéarisation d'expressions trigonométriques ou la recherche de formules sommatoires.

Inégalités sur les nombres complexes

- CCP 2011 Tous les correcteurs ont constaté d'énormes faiblesses lors de l'utilisation des inégalités et des nombres complexes : environ un quart des candidats considère une relation d'ordre dans $\mathbb{C}$!! [...] [On a ainsi pu lire] $e^{it} < 1$ ou $t \in [\pi; \alpha] \implies e^{it} \leq e^{i\alpha}$.
- CCP 2008 On peut lire $|e^{i\omega}| < 1$, ou pire encore, sans le module !
- Mines 2008 Certaines fautes [sont] inexcusables, [comme] écrire des inégalités entre nombres complexes !

Centrale 2008	De nombreux candidats n'hésitent pas à écrire des inégalités entre nombres complexes.
Centrale 2003	Plusieurs erreurs grossières [comme] l'utilisation d'inégalités entre nombres complexes (sans modules).
X-Cachan 2006	Un nombre trop élevé de candidats a écrit des relations d'ordre entre nombres complexes pour tenter de prouver la convergence de certaines intégrales.

Racines complexes de polynômes

CCP 2010	Tout calcul avec des nombres complexes est laborieux, résoudre $z^n = 1$, même lorsque $n = 3$, se révèle un exercice périlleux.
CCP 2004	Les racines n -ième de l'unité et de façon générale tout calcul faisant intervenir des nombres complexes [bloque] un grand nombre de candidats].
CCP 2003	[Parmi] les sujets élémentaires qui bloquent un candidat, [citons] l'équation $z^n = 1, z \in \mathbb{C}$.
Mines 2004	Seulement une petite moitié des candidats est capable de résoudre une équation du second degré sans se tromper, même avec des coefficients et des racines réelles. On n'ose pas imaginer ce qu'aurait donné une équation à coefficients complexes.
Mines 2000	[On a trop souvent lu] $b^2 = -1 \implies b = i$.
Centrale 2006	Équations du second degré à coefficient dans $\mathbb{C}$, et racines carrées d'un nombre complexe ne devraient pas être problématiques.
Centrale 2002	Obtenir les racines complexes de $X^4 - 2$ semble un exercice hors de portée de trop de candidats...
Centrale 1999	La recherche d'un argument d'un nombre complexe [...] constitue souvent une difficulté insurmontable. De telles lacunes rendent difficile la factorisation rapide du polynôme $x^2 - 2x \cos \theta + 1$, ou encore la recherche des valeurs propres d'une matrice orthogonale.
X-Cachan 2004	Certaines faiblesses particulières ont pu étonner [comme le] manque de réaction devant une équation du second degré à coefficients complexes.

§ 6. Développements limités

E3A 2010	Il nous paraît important que la notion de développement limité fasse l'objet d'une meilleure préparation.
CCP 2011	Beaucoup de candidats rencontrent de sérieuses difficultés avec les calculs les plus simples [comme] un développement limité à l'ordre 1 ou 2.
CCP 2010	Les exercices sur les séries ont été révélateurs de faiblesses sur les développements limités les plus simples.
CCP 2008	En Analyse, si les grands théorèmes sont souvent connus et cités correctement, la moindre application se révèle difficile : l'utilisation abusive des notations o et O (même lorsqu'elles ne sont pas maîtrisées) et la connaissance très approximative des développements limités sont source de nombreuses erreurs.
CCP 2006	La notion d'équivalent est très vague chez les candidats, le maniement des symboles $\sim, o$ et O est fait sans discernement et l'utilisation de la formule de Stirling n'arrange rien. On lit couramment « lorsque $n \rightarrow +\infty$ alors $n! \sim (n-k)!$ donc $\binom{n}{k} \sim \frac{1}{k!}$.

CCP 2005	De nombreux sujets élémentaires (vus en classes de Mathématiques Supérieures ou terminale) bloquent toujours les candidats, citons : toutes les formules de trigonométrie, l'utilisation des développements limités et les équations du 2ème degré.
CCP 2004	Le moindre développement limité [bloque un grand nombre de candidats].
CCP 2003	[Parmi] les sujets élémentaires qui bloquent un candidat, [citons] l'utilisation des développements limités.
CCP 2008	Utilisation abusive des notations o et O (même lorsqu'elles ne sont pas maîtrisées).
CCP 2005	De nombreux sujets élémentaires (vus en classes de Mathématiques Supérieures ou terminale) bloquent toujours les candidats, citons : toutes les formules de trigonométrie, l'utilisation des développements limités et les équations du 2ème degré.
CCP 2004	Le moindre développement limité [bloque un grand nombre de candidats].
CCP 2003	[Parmi] les sujets élémentaires qui bloquent un candidat, [citons] l'utilisation des développements limités.
Mines 2002	Les développements limités, petits et grands O sont mal maîtrisés.
Mines 2000	Il reste encore beaucoup de problèmes quant à l'utilisation des équivalents et le calcul sur les développements limités.
Centrale 2009	Les notions de petit o , grand O , équivalent, ne sont pas réellement maîtrisées.
Centrale 2004	Il y a [chez] la plupart des candidats, mêmes parmi les meilleurs, une confusion entre développement limité, Taylor-Young, Taylor avec reste intégral et développement en série entière.
Centrale 2000	Les relations de comparaison (domination, négligeabilité) sont souvent mal comprises, et « servent » alors à masquer les difficultés, par exemple lorsque 2 paramètres (souvent x et n) interviennent simultanément.
Centrale 1999	Il n'est pas admissible [que les] développements limités et équivalents [montrent un] manque d'aptitudes techniques [et] ne soient pas rapidement traités.
Saint-Cyr 2008	On remarque une difficulté croissante des candidats à effectuer correctement un développement limité dès qu'il s'agit d'obtenir au moins deux termes.

Connaissance des développements limités usuels

E3A 2003	Seuls 15 % des candidats pensent à utiliser $\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x$ [...] Seuls 5 % des candidats pensent à utiliser $\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{=} x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.
CCP 2008	La connaissance très approximative des développements limités sont source de nombreuses erreurs.
CCP 2006	Les développements limités [sont] connus de façon très approximatifs.
Mines 2010	On constate malheureusement une méconnaissance des développements limités d'ordre 2.
INT 2010	Les développements usuels [sont] insuffisamment sus.
École de l'air 2009	Les développements limités usuels, sont souvent méconnus. Un candidat qui passe plusieurs minutes à chercher sans succès le développement limité au voisinage de 0 de $(1+x)^a$ se met lui-même en difficulté.
École de l'air 2008	[Les] développements limités usuels [...] sont trop souvent méconnus.
Navale 2004/2006-2008	En analyse, [des] difficultés [...] dans la manipulation des équivalents et des développements limités.
Saint-Cyr 2004-2006	Il est [...] regrettable de voir certains candidats perdre du temps à cause d'erreurs dans les calculs de [...] développements limités. Ces erreurs sont la conséquence inévitable d'un manque d'entraînement durant les années scolaires précédentes.

Saint-Cyr 2003 Les développements [des] fonctions usuelles sont ignorés de beaucoup trop de candidats.

Caractère local des développements limités

Mines 2006 Remarquons qu'on n'a jamais obtenu de majoration globale à l'aide d'un développement limité en un point.

Mines 2002 [Pour montrer que si u est C^4 sur I alors $|u(t+h)+u(t-h)-2u(t)-h^2u''(t)| \leq \frac{1}{12}Mh^4$ pour tout (t, h) tels que $t-h, t+h \in I$], certains invoquent un développement limité ou la formule de Taylor-Young, alors qu'il s'agit de démontrer une propriété (majoration) globale sur un intervalle, établissant ainsi qu'ils n'ont pas compris la notion même de développement limité (propriété locale).

Manipulation des équivalents

Mines 2009 Il y a une forte proportion de résultats faux [lorsqu'on demande de] trouver un équivalent de $\frac{(-1)^m \sqrt{(2m)!}}{\pi^{1/4} 2^m m!}$

Mines 1999 [Certains ont affirmé que] $x^n/2^x \sim_{x \rightarrow +\infty} 1/2^x$, cela témoigne d'une mauvaise compréhension des équivalents.

X-Cachan 2004 La notion d'équivalent $f \sim g$ est manifestement mal comprise, trop de candidats se contentant d'écrire la différence $f - g$ comme $o(1)$ plutôt que comme $o(f)$ ou $o(g)$.

INT 2010 [Il] apparaît une fragilité [...] systématique vis-à-vis des techniques élémentaires de calcul [comme la] manipulation d'équivalents.

INT 2008 Certaines techniques sont toujours mal maîtrisées, comme par exemple, la manipulation des équivalents.

Navale 2010 [Parmi] les carences les plus fréquemment rencontrées, [notons] un manque de maître des équivalents et des relations de comparaison usuelles.

Addition d'équivalents

CCP 2006 La pratique désastreuse des équivalents est confirmée : « $\ln(1 + \frac{1}{k}) - \frac{1}{k+1} \sim \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ (lorsque $k \rightarrow +\infty$) ».

Mines 2002 [Pour calculer la limite de $\frac{\cos(\pi x)}{\sin(\pi x)} - \frac{1}{\pi x}$ en 0,] il s'agissait [...] d'un calcul de développement limité extrêmement classique et la seule difficulté était, après d'avoir réduit au même dénominateur, de déterminer le bon ordre au numérateur. La plupart des candidats [...] se sont limités à la notion d'équivalent et les ont additionnés sans vergogne.

Composition d'équivalents

Mines 1999 On voit beaucoup d'affirmations gratuites, et trop souvent, on pense que l'équivalence $-x^2 \sim -(x-k)^2$ est préservée par passage à l'exponentielle.

§ 7. Primitives

CCP 2008 Il est surprenant de voir autant de difficultés pour trouver une primitive d'une fonction de la forme $[u(x)]^n u'(x)$.

Mines 2007 Le calcul des primitives est souvent mal mené, sans méthode ni efficacité.

Mines 2000	Le calcul pratique de primitives de fonctions usuelles est en déclin constant. Comment fait-on lorsque la calculatrice ne donne pas de résultat ?
Centrale 1999	Il n'est pas admissible [que la] recherche de primitives de fonctions usuelles [montre un] manque d'aptitudes techniques [et] ne soit pas rapidement traité.
Navale 2006	En analyse, [des] carences notoires sur les fonctions élémentaires : dérivée, primitive, développement limité.
Saint-Cyr 2004-2006	Il est [...] regrettable de voir certains candidats perdre du temps à cause d'erreurs dans les calculs de dérivées [et] de primitives. [...] Ces erreurs sont la conséquence inévitable d'un manque d'entraînement durant les années scolaires précédentes.
Petites Mines	Les formules de dérivation et d'intégration sont mélangées et les hypothèses escamotées.

Primitives de fractions rationnelles

CCP 2007	Un petit instant de réflexion devrait aider à trouver une primitive de $\frac{x}{1-x}$.
CCP 2010	Plus d'un candidat s'est trouvé [...] bloqué devant le calcul d'une primitive de fonction du type $\frac{ax+b}{x^2-1}$; le seul réflexe étant alors de séparer $\frac{ax}{x^2-1}$ et $\frac{b}{x^2-1}$!
CCP 2003	[Parmi] les sujets élémentaires qui bloquent un candidat, [citons] les primitives les plus simples ($\frac{1}{t-a}$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ par exemple).
Centrale 2000	Il est inadmissible de ne pas savoir intégrer une fraction rationnelle ; en revanche il est illusoire de rechercher les primitives de certaines fonctions dont les primitives ne s'expriment pas à l'aide des fonctions classiques.
École de l'air 2010	[Parmi] les lacunes et erreurs les plus fréquentes [figurent] les primitives usuelles. Certains candidats ont des difficultés à trouver la primitive de $x/(1+x^2)$ ou encore oublient la valeur absolue pour la primitive de $1/(x-a)$.
École de l'air 2009	Les valeurs absolues sont souvent oubliées [dans] des calculs de primitives utilisant la fonction ln.

Primitives de fonctions de type trigonométrique

E3A 2006	Nous avons été surpris des différences existant entre les candidats, l'intégration de $\sin(at)$ restant impossible pour certains.
Mines 2007	Beaucoup ont d'énormes difficultés pour justifier $\int_0^{2\pi} \cos(kx - \alpha_k) dx = 0$. [...] Il est tout à fait étonnant que certains candidats aient besoin d'utiliser [le théorème de Parseval] pour évaluer les intégrales $\int_0^{2\pi} \cos^2(kx) dx$ et $\int_0^{2\pi} \sin^2(kx) dx$.
Mines 2001	Il y a beaucoup d'échec pour calculer l'intégrale $\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{1-x \sin^2 \theta}$. Ceci semble dû à un manque de pratique dans le calcul des intégrales.

IV. REMARQUES SUR L'ALGÈBRE

§ 1. Algèbre générale

- E3A 2007 Les règles de manipulation des puissances du programme de la classe de cinquième ne sont pas acquises dans 80 % des copies.
- Mines 2008 [Rappelons que] le programme de PCSI comporte des parties d'Algèbre générale (nombres complexes, dénombrement, rudiments de vocabulaire de la théorie des groupes et des anneaux).
- Mines 2007 Des difficultés dans la résolution de problèmes concernant l'algèbre générale (nombres complexes, polynômes, fractions rationnelles).
- Navale 2004 La notation $\sum$, pour écrire une somme de termes indexée, présente encore une difficulté majeure pour bien des gens (sans parler de la manipulation des indices) : au niveau d'une Mathématique Spéciale, cela interroge un peu sur ce qui a été compris dans les milliers de cas où cette notation apparaissait dans le cours.

Binôme de Newton

- E3A 2007 On comprend mal aussi comment des candidats puissent encore ignorer la formule du binôme de Newton et pire, en inventer une autre.
- CCP 2006 Des candidats, en nombre non négligeable, ne reconnaissent pas la formule du binôme qui fait pourtant partie des rappels en début d'énoncé.

Combinatoire

- CCP 2007 En dehors des candidats consciencieux et méthodiques, [...] il faut remarquer ceux qui ont donné des réponses tout à fait fantaisistes aussi bien concernant $\mathfrak{S}_3$ et $\mathfrak{S}_4$ qu'au sujet du nombre d'éléments de $\mathfrak{S}_n$ (par exemple $n^2 2$, 2^n ou $\frac{n(n+1)}{2}$).
- CCP 2006 À ce niveau d'études, on préfère le raisonnement à l'énumération et l'on souhaite lire qu'il y a $\binom{5}{2}$ façons de choisir 2 entiers parmi 5 plutôt que l'expression explicite des 10 [possibilités].
- Mines 1999 Quelques candidats [confondent] « arrangements » et « combinaisons ».
- Saint-Cyr 2002-2003 Comme les années précédentes, les dénombrements [restent] souvent mal maîtrisés.

Structures algébriques

- Mines 2006 Un candidat sur deux ignore la liste des axiomes d'une relation d'ordre.

Mines 2003 TROP de candidats [ont] une connaissance beaucoup trop approximative des définitions et des caractérisations des objets et structures figurant au programme (par exemple : groupes, espaces vectoriels, algèbres, etc...).

Mines 2003 Une grande confusion règne entre les différents noms d'associativité, commutativité, distributivité. Les notions correspondantes varient même au sein d'une même copie quand on passe de la première loi à la deuxième.

Mines 2000 On regrette [que] les connaissances sur les structures élémentaires soient si faibles.

Sous-structures

Mines 2003 Très peu de candidats savent que pour qu'une partie d'un ensemble muni d'une loi de composition interne soit un groupe, il faut à la fois la stabilité pour la loi et la stabilité par inversion.

Centrale 2010 On note un manque général de rigueur dans les définitions et les énoncés de théorèmes; [...] comment caractériser un sous-groupe, un sous-anneau? [...] Seuls les tout meilleurs connaissent [la réponse].

Centrale 2007 Les structures algébriques du programme doivent être connues ainsi que les méthodes générales pour établir qu'un ensemble est un groupe, un anneau etc... en particulier la notion de sous-structure.

Centrale 2006 Groupes, anneaux, corps, idéaux, espaces vectoriels, algèbres : définitions mal connues et recours aux sous-structures insuffisamment utilisé.

Centrale 2010 De nombreux candidats ignorent totalement ce qu'est un sous-groupe.

Groupes

Mines 2003 Presque tous ignorent qu'un isomorphisme de groupes peut ne pas être linéaire.

Idéaux d'un anneau

CCP 2010 La notion d'idéal [...] a été quelque peu malmenée; toutes les hypothèses pour [qu'un ensemble] soit un idéal ne sont pas toujours vérifiées.

CCP 2010 Pour montrer l'existence d'un générateur unitaire [d'un idéal $\subset \mathbb{K}[X]$], il fallait d'abord montrer que l'idéal n'était pas réduit à 0.

Algèbres sur un corps

Mines 2003 Bien peu de candidats connaissent les axiomes à vérifier [pour montrer qu'un espace est une $\mathbb{R}$ -algèbre].

Polynômes

E3A 2011 De nombreux candidats ont été perturbés par le fait que les polynômes étaient à coefficients complexes. Cela a donné lieu à des arguments étonnants du type « P n'a pas de racines réelles car P est à coefficients complexes » ce qui laisse supposer que ni la notion de racine d'un polynôme, ni celle de nombre complexe n'est acquise.

E3A 2011 Le fait que pour un polynôme de n'avoir que 0 comme racine a très rarement été interprété correctement.

CCP 2011 Le moindre calcul utilisant les nombres complexes, les polynômes, les fractions rationnelles ou une formule de trigonométrie peut arrêter totalement le candidat.

Mines 2008 [Rappelons que] l'interpolation de Lagrange figure explicitement au programme de PSI.

Mines 2004 Certains pensent que le degré d'un produit de polynômes est le produit des degrés.

Centrale 2008 La rigueur est un élément important dans l'évaluation : l'oubli du coefficient dominant dans l'écriture factorisée d'un polynôme [...] est sanctionné.

- Centrale 2007 Le jury a pu constater [une] certaine maladresse dans l'utilisation [des] polynômes.
- Centrale 2006 « être irréductible dans $\mathbb{K}[X]$ » n'est pas équivalent à « être sans racine dans $\mathbb{K}$ » ;
- Centrale 2006 « être scindé » n'est pas équivalent à « être produit de polynômes irréductibles ».
- Centrale 1999 Les connaissances sur les polynômes s'avèrent souvent insuffisantes (bien que sur ce point le programme soit très limité).

Trinômes du second degré

- CCP 2005 De nombreux sujets élémentaires (vus en classes de Mathématiques Supérieurs ou terminale) bloquent toujours les candidats, [comme] les équations du 2ème degré.
- CCP 2004 Les équations du deuxième degré [bloquent un grand nombre de candidats] ([elles] n'ont plus jamais de racine évidente!).
- Mines 2007 Il [est] étonnant qu'une majorité de candidats semble ignorer ce qui détermine le signe d'un trinôme du second degré.
- Mines 2004 Seulement une petite moitié des candidats est capable de résoudre une équation du second degré sans se tromper, même avec des coefficients et des racines réelles. On n'ose pas imaginer ce qu'aurait donné une équation à coefficients complexes.
- Mines 2001 Que d'erreurs ont été constatées dans le calcul, élémentaire, du discriminant [du] trinôme $P(\lambda) = \lambda^2 - (m^2 - 2)\lambda + 1$! Voici une liste non exhaustive des conditions trouvées sur m [pour qu'au moins une des racines de P soit réelle positive] : $|m| \geq 2$, $m > 2$, $|m| \geq 1$, $|m| \geq \sqrt{2}$.
- Mines 2001 La pratique régulière du calcul est indispensable ; il est anormal de se tromper dans le calcul [...] d'un discriminant.
- Centrale 1999 La recherche d'un argument d'un nombre complexe [...] constitue souvent une difficulté insurmontable. De telles lacunes rendent difficile la factorisation rapide du polynôme $x^2 - 2x \cos \theta + 1$.
- ENSEA-ENSIEE 2010 Résoudre une équation du second degré [doit] se faire vite et sans erreur.

Relations coefficients-racines

- Centrale 2006 [Il faut] connaître [les] relations coefficients/racines.
- Centrale 2002 Les relations entre les racines et coefficients d'un polynôme semblent souvent associées à un théorème bien mystérieux avec des formules bien compliquées, de sorte que les candidats ne sont plus capables de retrouver la somme des racines d'un polynôme de second degré.

Division euclidienne

- Mines 2004 Moins de la moitié des candidats a retenu l'énoncé concernant la division euclidienne des polynômes. Les conditions de degrés sont souvent fantaisistes. [...] Certains pensent que le degré du reste est inférieur au degré du quotient. D'autres pensent que le degré du reste est inférieur au degré du dividende. Certains font des divisions euclidiennes fausses, car ils ne savent même pas calculer correctement un quotient de deux monômes.
- Centrale 2008 Certaines parties du cours ne sont que partiellement connues [comme l'énoncé] de la division euclidienne.
- Petites Mines La mise en oeuvre des techniques classiques (division euclidienne de polynômes, décomposition de fractions rationnelles élémentaires) est le plus souvent laborieuse.

Polynômes à plusieurs variables

- Mines 2007 Il [est] grave d'ignorer le lien entre le signe de $ax^2 + 2bxy + cy^2$ et le signe de $aX^2 + 2bX + c$.

Mines 2005 Certains élèves pensent qu'un polynôme à deux variables qui a une infinité de zéros est identiquement nul. Il serait bon de penser par exemple à l'équation cartésienne d'une droite.

Fractions rationnelles

CCP 2011 Le moindre calcul utilisant les nombres complexes, les polynômes, les fractions rationnelles ou une formule de trigonométrie peut arrêter totalement le candidat.

CCP 2009 La plus simple des décompositions en éléments simples d'une fraction rationnelle paraît insoluble.

Centrale 2006 Fractions rationnelles : dans la décomposition en éléments simples, oubli de la partie entière ou partie polaire fautive dans le cas de pôles doubles.

Centrale 1999 Il n'est pas admissible [que la] décomposition en éléments simples des fractions rationnelles [montre un] manque d'aptitudes techniques [et] ne soit pas rapidement traité.

Centrale 1999 Pour la décomposition en éléments simples de $\frac{(X-a_1)\dots(X-a_{p-1})}{(X+b_1)\dots(X+b_p)}$, certains candidats manipulent mal les indices de sommation ou se contentent de donner le premier terme de la décomposition suivi de pointillés, ce qui n'est pas accepté.

Petites Mines La mise en oeuvre des techniques classiques (division euclidienne de polynômes, décomposition de fractions rationnelles élémentaires) est le plus souvent laborieuse.

§ 2. Algèbre linéaire

Petites Mines L'algèbre linéaire reste une discipline difficile : elle requiert une bonne connaissance de synthèse, car les problèmes sont souvent à plusieurs entrées, permettant d'aborder la solution avec des facilités inégales : on peut considérer, par exemple, dans une base, la propriété d'être un système générateur plutôt que la liberté, selon la nature du problème posé. De plus un même objet peut-être considéré sous divers aspects complémentaires pour le traitement du problème : endomorphisme ou matrice, changement de base ou changement de coordonnées, etc. . .

Généralités sur l'algèbre linéaire

ENSAM 2011 Les notions de base de l'algèbre linéaire qui ont été bien acquises auparavant ne semblent plus si bien maîtrisées.

CCP 2011 On lit trop de manipulations hasardeuses sur les opérations matricielles, comme $A^2 = B^2 \implies A = B$ ou bien, Y étant une matrice colonne, $NY = \mu Y \implies N^2 Y^2 = \mu^2 Y^2$!

CCP 2010 On aimerait plus de justifications dans le raisonnement « $AC = 0 \implies C = 0$, donc la matrice A est inversible » ; par exemple A est la matrice d'un endomorphisme injectif, donc bijectif.

Mines 2004 Certains candidats n'hésitent pas à écrire des fractions rationnelles de matrices. Que faut-il comprendre quand on voit B/A ? S'agit-il de BA^{-1} ou $A^{-1}B$?

Mines 2001 Des candidats, en nombre non négligeable, se sont trompés dans le calcul de $\begin{pmatrix} m & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2$.

Mines 2001 La pratique régulière du calcul est indispensable ; il est anormal de se tromper dans le calcul [...] d'un produit de matrices d'ordre 2.

Mines 2000 Quelques uns confondent matrice de trace nulle et matrice de diagonale nulle.

- Centrale 2006 Les matrices ne forment pas, contrairement à une croyance largement répandue chez les candidats, un anneau intègre ($AM = AN \not\Rightarrow M = N$).
- Centrale 2006 $GL_n(\mathbb{C})$ n'est pas un sous-espace vectoriel de $M_n(\mathbb{C})$.
- Centrale 2006 Le produit de deux matrices peut être nul sans qu'aucune soit nulle.
- Centrale 2002 Pour traiter les problèmes d'intersection de deux objets, peu de candidats pensent à écrire l'un d'eux sous forme paramétrique et l'autre sous forme cartésienne. Le même reproche vaut en algèbre linéaire : trouver une base de l'intersection de deux hyperplans de $\mathbb{R}^4$, chacun d'eux donnés par une base, a permis de trier très efficacement les étudiants.
- Centrale 2000 Comme presque tous les ans, nous avons pu constater que certains candidats utilisent sans frémir une relation d'ordre « naturelle » permettant de comparer des éléments de $\mathbb{R}^p$ entre eux, ou avec des éléments de $\mathbb{R}^q$ ou bien des « majorations » du type $\vec{U} \leq 1$!
- Centrale 1999 Signalons que beaucoup de candidats pensent à tort que $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ signifie qu'aucun des réels x, y et z ne peut être nul.

Supplémentaire

- Mines 2005 Rappelons qu'il ne suffit pas que l'intersection des sous-espaces vectoriels F et G soit réduite au vecteur nul pour que G soit un supplémentaire de F .
- Mines 2001 [Il y a] des confusions de plus en plus regrettables [entre] $\{0\}$ et $\emptyset$.
- Centrale 2006 « Complémentaire » n'est pas « supplémentaire ».
- Centrale 2003 La confusion entre complémentaire et supplémentaire est inadmissible dès la Math. Sup. !
- Centrale 1999 [Une expression] telle que « le supplémentaire du sous-espace vectoriel $F \dots$ » [n'a] aucun sens.
- X-Cachan 2005 Parmi les points faibles fréquemment rencontrés, le jury note une confusion répandue entre complémentaire et supplémentaire d'un sous-espace vectoriel.

Matrices vs. endomorphismes

- Mines 2003-2004 On observe de nombreuses confusions sur différents concepts (suite/série/somme, intégrale/primitive). On entend ainsi [parler de] « le noyau d'une matrice ».
- Centrale 2007 $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ sont deux ensembles (corps) inclus l'un dans l'autre et il est parfois utile de considérer un problème qui se pose dans $\mathbb{R}$ ou $M_n(\mathbb{R})$ comme un problème dans $\mathbb{C}$ ou $M_n(\mathbb{C})$, quitte à rechercher ensuite les applications dans $\mathbb{R}$ ou $M_n(\mathbb{C})$ des résultats obtenus.
- Centrale 2007 La confusion entre matrices et applications linéaires est une « fausse commodité », qui conduit le candidat à des affirmations qui n'ont plus aucune signification et qui empêche d'utiliser les avantages de l'algèbre linéaire pour résoudre une question ; la matrice est un tableau, qui peut représenter une application linéaire relativement à des bases données, c'est aussi un élément d'un ensemble de matrices avec lequel on peut désirer effectuer des opérations. Il est parfois utile de changer l'une ou l'autre des bases utilisées, et il est parfois préférable de raisonner sur les applications linéaires. En tout état de cause, il est nécessaire d'étudier l'énoncé, de cerner les données et les questions, de comprendre les calculs nécessaires et de ne pas s'arrêter au calcul qui n'est qu'un outil pour la résolution du problème posé.
- Centrale 2005 Les candidats, dans leur majorité, confondent matrices et applications linéaires (il est plus courant d'entendre parler du Ker d'une matrice A que du noyau d'une application linéaire). Ceci conduit les candidats à rechercher les « vecteurs propres » d'une matrice, à trouver que, celle-ci étant diagonalisable, « $A = B$ dans la nouvelle base », ..., à exprimer des vecteurs comme des n -uplets qu'il faut comprendre tantôt et sans distinction à la fois comme « dans la nouvelle base » ou comme « dans l'ancienne »,

... Dans certains cas l'abus est une facilité qui ne nuit peut-être pas à la compréhension d'un problème, dans beaucoup d'autres il empêche toute compréhension des propriétés utilisées et de leur application.

Centrale 2004

La confusion entre la matrice de départ A et ce que les candidats décrivent comme la « même matrice dans une autre base » peut parfois être sans conséquence, parfois elle peut causer une perte totale de repères dans un problème. Il est regrettable qu'une bonne part des candidats, à force de confondre une application linéaire u avec sa matrice A et les vecteurs x (de E ou $\mathbb{R}^n$) avec des n -uplets souvent notés X (d'où les $\text{Ker}(A)$, $\text{Im}(A)$, ...) se retrouvent lorsqu'un changement de base est nécessaire incapables de distinguer leur X de son expression dans la nouvelle base, appelée aussi X ... et ainsi d'exploiter l'information que donne le travail dans une « base adaptée » pour le problème qui leur est posé à l'origine.

Navale 2004

En algèbre, il serait bon de savoir éviter d'introduire des bases pour des problèmes (très simples) qui peuvent se résoudre au niveau vectoriel.

Petites Mines

Dès que les matrices ne sont plus carrées, beaucoup d'erreurs apparaissent (déterminants, etc...)

Familles libres, familles liées

E3A 2011

La démonstration de la liberté de la famille $(e_1, f(e_1), f^2(e_1), f^3(e_1))$ est souvent sabotée.

CCP 2010

Pour prouver que la famille $(e_1, f(e_1), f^2(e_1))$ est libre, il ne suffit pas d'écrire que les vecteurs sont deux à deux linéairement indépendants ; il est simple d'écrire une combinaison linéaire nulle et de montrer que les coefficients sont nuls en résolvant un système linéaire.

Mines 1999

Très souvent, on affirme que des vecteurs deux à deux indépendants sont indépendants.

Centrale 2010

Les candidats affirment qu'une famille est une base le plus souvent sans en donner ne serait-ce qu'un début de preuve.

Centrale 2006

Le jury tient à mettre en évidence les lacunes [dans la] définition de famille libre, liée (même à 2 ou 3 éléments!).

Centrale 2004

La notion de dépendance linéaire de vecteurs n'est pas assurée, on rencontre la confusion entre une situation où des vecteurs sont liés deux à deux et celle où ils sont globalement liés entre eux...

Matrice d'un endomorphisme

E3A 2007

On regrette cependant que trop peu de candidats sachent écrire la matrice d'un endomorphisme dans une base donnée. (Premières notions du programme de Sup.)

E3A 2003

La moitié des candidats affirme [...] qu'un endomorphisme transforme une base en une base.

CCP 2011

Lorsque l'énoncé propose de travailler sur un endomorphisme, certains candidats préfèrent travailler sur une matrice représentation ; mais alors, il faut l'introduire ne précisant la base de référence. La même remarque vaut lorsque l'énoncé propose de travailler sur une matrice et que le candidat préfère travailler sur un endomorphisme.

CCP 2010

Il faut savoir écrire la matrice d'un endomorphisme relativement à une base.

Mines 2009

[Certains candidats] n'ont pas su écrire la matrice [de l'application linéaire] dans la base [donnée].

Centrale 2003

Pour définir une application linéaire il n'est pas indispensable, lorsqu'on dispose d'une base d'un espace vectoriel, de se ramener à la base canonique.

Navale 2005

Ce qu'est la matrice représentative d'une application linéaire reste assez mystérieux pour trop de candidats.

Changement de base

- CCP 2010 Le problème du changement de base est bien souvent mal maîtrisé : confusion entre les matrices de passage P et P^{-1} , expression $M' = P^{-1}MP$ au lieu de $M' = PMP^{-1}$ [dans ce problème, P était la matrice de passage de e' à e et non de e à e'], écriture d'une matrice de passage avec les composantes des vecteurs en lignes au lieu d'être en colonnes.
- CCP 2007 Dans la question de cours [sur] $X = PX'$ [...], on lit toute sorte de formules : la formule à l'envers $X' = PX$ mais aussi $X' = P^{-1}XP$...
- Centrale 2006 Formule de changement de base erronée (P au lieu de P^{-1}).
- Centrale 2008 De nombreux candidats écrivent une formule de changement de base fautive (où la matrice de passage et son inverse sont interverties).
- Centrale 2005 La formule de changement de base est souvent citée comme $P^{-1}AP = D$ ou $PAP^{-1} = D$, ce qui posera des problèmes si on a réellement besoin d'utiliser la matrice P .
- Centrale 1999 Beaucoup de candidats confondent la formule de changement de base pour les coordonnées et celle pour les endomorphismes.
- INT 2010 Les matrices de passage d'une base dans une autre sont souvent mal formées du fait de l'assimilation d'une matrice à l'endomorphisme canoniquement associé.
- INT 2011 Les changements de base sont souvent imprécis, et l'assimilation d'une matrice carrée à un endomorphisme constitue un obstacle.

Rang d'une famille de vecteurs

- CCP 2005 Les candidats n'ont pas toujours de méthode efficace pour obtenir le rang d'un système de vecteurs.
- CCP 2004 Le rang d'un système de vecteurs dont on donne les composantes est difficile à obtenir, les candidats ne semblent disposer d'aucune méthode.
- CCP 2003 La notion de rang d'un système de vecteurs pose divers problèmes. D'une part, l'intérêt de cette notion ne semble pas très clair, d'autre part beaucoup de candidats n'ont pas de méthode efficace pour trouver le rang d'un système de vecteurs dont on leur donne les composantes.
- INT 2010 Le rang d'un système de vecteurs donne lieu à des développements hasardeux.

Rang d'une matrice ou d'un endomorphisme

- Mines 2007 Trop peu de candidats utilisent ou redémontrent le fait que $\text{rg}(a \circ b) \leq \min(\text{rg} a, \text{rg} b)$.
- Mines 2007 L'exercice classique de première année $\text{rg} a = \text{rg} a^2 \implies \text{Im} a \oplus \text{Ker} a = \mathbb{R}^n$ [n'est] malheureusement pas toujours bien traité.
- Centrale 2010 On note un manque général de rigueur dans les définitions et les énoncés de théorèmes ; qu'est-ce que le rang d'une matrice ? [...] Seuls les tout meilleurs connaissent les réponses.
- Centrale 2009 Le théorème du rang ne s'écrit pas « $\dim M_n(\mathbb{R}) = \dim \text{Ker} A + \text{rg} A$ ».
- Centrale 2009 Le théorème du rang [n'est pas] « Si f est un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$, $\text{Ker} f \oplus \text{Im} f = \mathbb{R}^n$ ». Des contre-exemples sont faciles à trouver : dans $\mathbb{R}^2$, on peut proposer $f(i) = j$ et $f(j) = 0$; alors $\text{Ker} f = \text{Im} f$.
- Centrale 2007 La recherche du rang d'une famille de vecteurs ou d'une matrice ou celle d'une base de l'image d'une application linéaire est parfois extrêmement maladroite.
- Centrale 2006 Les candidats oublient que le rang d'une matrice est la dimension de l'espace vectoriel engendré par ses colonnes.

INT 2011 Les habitudes de notations prennent parfois le pas sur la signification des énoncés du cours : ainsi, le théorème du rang, où l'espace de départ n'est repéré que s'il est noté E .

École de l'air 2011 Certaines définitions ou propriétés de base sont parfois méconnues, citons par exemple :

- le rang d'une application linéaire ou d'une matrice ;
- l'image d'un morphisme d'espaces vectoriels est un espace vectoriel ;
- dans le théorème du rang, le candidat ne sait pas si $\dim E$ représente la dimension de l'espace de départ ou de l'espace d'arrivée ;
- l'équivalence entre injective et surjective n'est pas vraie si les espaces de départ et d'arrivée n'ont pas même dimension, ou bien en dimension infinie (par exemple dans $\mathbb{R}[X]$).

Petites Mines La formule du rang est parfois remplacée par l'énoncé « plus avantageux » (mais faux en général. . .) $E = \text{Ker}(u) + \text{Im}(u)$.

Version matricielle du théorème du rang

Mines 2010 La caractérisation du rang d'une matrice est mal connue. [...] [Il faut savoir démontrer que si $M = PJ_rQ$ avec P et Q inversibles, alors r est de rang de M .]

Mines 2008 [Rappelons qu'une] matrice de $M_{n,p}(\mathbb{K})$ est de rang r si et seulement si elle s'écrit sous la forme UJ_rV , où U et V sont des matrices carrées inversibles.

Centrale 2002 On aimerait que fût mieux connue l'interprétation matricielle des opérations élémentaires. La question de la détermination explicite de deux matrices Q et P inversibles telles que $QAP = J_r$, en a laissé sec plus d'un.

Calcul par blocs

Mines 2007 On trouve des erreurs graves comme $\begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} B^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Mines 2002 Les décompositions par blocs et les calculs par blocs sont rarement utilisés.

Centrale 2006 Le calcul par bloc n'est pas bien connu.

Inverse d'une matrice, d'un endomorphisme

Mines 1998 Il est désolant de constater la forte proportion de candidats, incapables d'inverser correctement une matrice carrée d'ordre 2, malgré la possibilité d'une vérification très rapide.

Mines 2002 Trop souvent, les candidats prétendent que $A + H$ est inversible car A et H le sont.

Mines 2001 Écrire qu'une somme de matrices inversibles est inversible est une argumentation non recevable.

Mines 1998 [Parmi les fautes fréquentes] : l'application qui à M associe M^{-1} est continue sur $M_n(\mathbb{R})$ car linéaire !

Centrale 2005 Un endomorphisme en dimension infinie qui est injectif n'est pas forcément surjectif.

Centrale 2003 Certains candidats croient que l'inverse d'une matrice triangulaire supérieure est une matrice triangulaire inférieure.

Centrale 2002 Pour montrer qu'une application f de l'espace vectoriel E dans l'espace vectoriel F est un isomorphisme d'inverse g , il faut montrer que f est linéaire, puis que $g \circ f = \text{Id}_E$ et que $f \circ g = \text{Id}_F$.

Méthode pratique d'inversion d'une matrice

Centrale 2006 Pour inverser A , certains candidats veulent d'abord la diagonaliser ; la résolution du système $AX = Y$ est souvent oubliée.

- INT 2008 Il faut penser plus souvent à résoudre un système linéaire pour inverser une matrice.
- Navale 2004 Il semble que l'idée qu'on puisse inverser une matrice A en résolvant un système $AX = Y$ soit une découverte pour de nombreux interrogés.
- Petites Mines Les « méthodes douces » pour inverser une matrice carrée A (résolution de systèmes linéaires $AX = Y$; recherche d'un polynôme annulateur $P(A) = 0$) sont négligées au profit de la « méthode des cofacteurs » qui n'est presque jamais opérationnelle.

Systèmes linéaires

- X-Cachan 2006 Trop de candidats découvrent lors de l'épreuve la résolution de systèmes linéaires tridiagonaux.

Unicité des solutions d'un système

- CCP 2010 Dans la résolution du système linéaire [en question], on aimerait lire que c'est un système de Cramer, car son déterminant $\sin^2 \theta \neq 0$.
- Mines 2009 Les acquis relatifs aux systèmes linéaires et la technicité affichée lors de leurs résolutions sont affligeants : même la confrontation à un tel système extrêmement simple est l'occasion de dévoiler son incompetence.
- Mines 2009 On entend, par exemple, que tout système linéaire comportant autant d'équations que d'inconnues admet une et une seule solution.
- X-Cachan 2003 [Il ne faut pas croire] qu'un système linéaire (voire non linéaire) de n équations à n inconnues a toujours des solutions.

Formules de Cramer

- E3A 2008 La moitié [des candidats] ne connaît pas les formules de Cramer.
- Centrale 2002 L'utilisation des formules de Cramer pour résoudre un système 4×4 s'avère rarement pertinente.

Résolution des systèmes

- CCP 2006 Rappelons que la résolution d'un système linéaire demande de raisonner par équivalence avec une méthode simple, efficace et rigoureuse comme par exemple la méthode du pivot de Gauss, et qu'à défaut une réciproque est indispensable. Certains étudiants, parfois capables de progresser loin dans le sujet, sont en difficulté sur ce genre d'exercice.
- Mines 2010 La résolution sérieuse d'un système non linéaire de deux équations à deux inconnues semble être insurmontable.
- Centrale 2010 Plus personne ne semble capable de résoudre un système linéaire, ce qui est fâcheux par exemple pour l'étude de sous-espaces propres. L'erreur la plus courante consiste à écrire une suite de conditions nécessaires, sans jamais se demander si elles sont suffisantes. Une autre conséquence de ce travers est l'impossibilité de passer d'une description cartésienne d'un sous-espace à une paramétrisation de celui-ci.
- Centrale 2006 Dans la résolution de systèmes linéaires, il y a beaucoup de laisser-aller : élimination au hasard d'équations en cas de redondance ; calculs ne conservant pas le bon nombre d'équations.
- Centrale 2003 Pour des systèmes d'équations linéaires [des] candidats se sentent forcés de résoudre pour annoncer la dimension d'un sous-espace propre alors que l'étude du rang de ce système leur aurait permis une conclusion presque immédiate.

Résolution des systèmes à paramètres

- Mines 2010 La résolution sérieuse d'un système non linéaire de deux équations à deux inconnues [...] à un ou plusieurs paramètres est nettement surhumaine !
- Mines 2001 Signalons aussi l'incapacité chronique des candidats à gérer la moindre discussion (par exemple, lors de la résolution d'un système).
- Centrale 2009 La logique est souvent malmenée. [...] Dans ce contexte, la résolution d'un système linéaire devient aléatoire, et presque tous [les candidats] renoncent à raisonner par CNS. De manière générale, les candidats se fourvoient lorsque les solutions d'une équation dépendent de paramètres, par exemple dans la recherche de sous-espaces propres.
- Centrale 2008 Lors d'une recherche d'éléments propres d'un endomorphisme, la résolution directe de $u(x) = ax$ conduit en pratique à une impasse, pour cause de réciproques oubliées ou de calculs mal interprétés.

Méthode du pivot de Gauss

- CCP 2006 Rappelons que la résolution d'un système linéaire demande de raisonner par équivalence avec une méthode simple, efficace et rigoureuse comme par exemple la méthode du pivot de Gauss, et qu'à défaut une réciproque est indispensable.
- Centrale 2006 Dans le pivot de Gauss, il faut savoir interpréter une opération élémentaire en termes de multiplication matricielle.
- X-Cachan 2006 Trop de candidats découvrent lors de l'épreuve [...] la multiplication à gauche par des matrices élémentaires de type L [c'est-à-dire triangulaires inférieures] dans l'implémentation de la méthode du pivot de Gauss.

Trace

- CCP 2006 Beaucoup de candidats écrivent que la trace de f est la somme de ses valeurs propres, en oubliant de multiplier chacune d'elles par son ordre de multiplicité.
- CCP 2007 Il est toujours dommage que la trace et le rang soient des notions pas assez utilisées en particulier pour la recherche des éléments propres d'un endomorphisme.
- CCP 2006 Il est dommage que des notions comme la trace et le rang ne soient pas mieux connues et mieux utilisées par exemple lors de la recherche des éléments propres d'un endomorphisme.
- Mines 2011 Il serait bon de réfléchir aux hypothèses nécessaires pour affirmer que la trace d'une matrice est égale à la somme de ses valeurs propres et son déterminant est égal à leur produit.
- Mines 2000 Quelques uns confondent matrice de trace nulle et matrice de diagonale nulle.
- Centrale 2005 [Certains ont affirmé] sans hésitation que deux matrices qui ont même déterminant sont semblables ; certains, plus généreux, ajoutaient la trace, voire le polynôme caractéristique (ce type d'erreur concerne environ la moitié des candidats et montre qu'ils n'ont rien compris à une partie importante du cours).
- Centrale 2003 Certains candidats confondent le déterminant et la trace d'une matrice triangulaire.
- INT 2011 [Pour certains candidats,] la trace est systématiquement égale à la somme des valeurs propres.
- École de l'air 2011 Un grand nombre de candidats confond la trace d'une matrice et de l'endomorphisme. $\text{tr}(u)$ est différente de $\text{tr}(u(M))$ lorsque $u(M) = AM$ où A et M sont des matrices.

Calcul de déterminants

- E3A 2011 Le calcul du déterminant [a] donné fréquemment lieu à une suite embrouillée de calculs où apparaissent miraculeusement le bon résultat à la dernière ligne.
- E3A 2007 Le calcul du déterminant [...] est trop souvent l'occasion de multiples approximations et d'affirmations gratuites.
- CCP 2003 Le calcul des déterminants est souvent maladroit.
- Mines 2002 Pour ce qui est [des] calculs de déterminants, peu de candidats pensent à analyser la matrice [avant de se lancer] dans le calcul.
- Centrale 2008 On note un manque de pratique dans la manipulation des déterminants : de bons candidats, connaissant pourtant la théorie, ne voient pas les mises en facteur, ou ne pensent pas à permuter des lignes ou colonnes.
- Centrale 2007 Le jury a pu constater [une] certaine maladresse dans l'utilisation [des] déterminants.
- Centrale 2006 Pour un déterminant compliqué, on peut commencer par $n = 2$ ou 3 .

Propriétés des déterminants

- CCP 2004 S'il y a quelques progrès sur les calculs de déterminants, il n'est pas rare de voir un candidat longtemps sans réaction devant un déterminant ayant par exemple deux colonnes identiques.
- Mines 2010 Certains trouvent un déterminant fractionnaire, alors que la matrice est à coefficients entiers.
- Mines 2010 Les calculs de déterminants sont souvent approximatifs car les propriétés sont encore mal connues.
- Mines 2009 On oublie systématiquement de mentionner que, lorsqu'on manipule les rangées d'un déterminant à l'aide d'opérations élémentaires, celui-ci demeure « inchangé ».
- Mines 2000 Quelques uns confondent [...] matrice non nulle et matrice de déterminant non nul.
- Centrale 2009 L'affirmation « $\det(AB) = \det(BA)$ par propriété du déterminant » dans de nombreuses copies est un peu succincte et que le correcteur aimerait que le candidat précise de quelle propriété il s'agit.
- Centrale 2009 Sur le corps des réels, les polynômes ne sont pas tous scindés ; par conséquent le déterminant n'est pas le produit des valeurs propres.
- Centrale 1999 Il est surprenant que certains candidats ne sachent pas que $\det {}^t A = \det A$.

Multilinéarité du déterminant

- CCP 2010 Concernant l'algèbre linéaire, les candidats ont souvent l'habitude d'appliquer des procédures automatiques, sans les précéder d'une réflexion. Ceci est particulièrement en évidence lors d'un calcul de déterminant [...] le caractère n -linéaire alterné d'un déterminant [est] insuffisamment exploité.
- CCP 2007 Le secteur des déterminants est pour beaucoup, assez redoutable ; [...] le caractère multilinéaire n'est pas du tout maîtrisé.
- X-Cachan 2006 La multilinéarité du déterminant est une ressource qui a fait défaut à certains candidats.
- Petites Mines Lors de calculs de déterminants, le caractère multilinéaire est rarement utilisé, le candidat optant pour des développements lourds, fastidieux et souvent inexacts de surcroît.

Formules et propriétés fausses

- CCP 2007 Il n'est pas admissible que le déterminant d'ordre 2 à calculer donne lieu à des formules fantaisistes.
- Mines 2010 Certains affirment que si le déterminant de la matrice est nul, alors, cette matrice comporte deux colonnes liées.
- Mines 2001 La pratique régulière du calcul est indispensable ; il est anormal de se tromper dans le calcul [...] du déterminant d'une matrice d'ordre 2.
- Mines 2004 Signalons l'erreur : « $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ ».
- Mines 2000 Beaucoup trop de candidats calculent le déterminant d'une somme de 2 matrices comme la somme des déterminants.
- Mines 2000 Dans un nombre non négligeable de copies, on trouve l'erreur du type $\det(-M) = -\det(M)$.
- CCP 2007 Dans plusieurs copies on a pu lire $\det(MX) = \det(M)\det(X)$ alors que X est une matrice colonne.
- Centrale 2009 C'est avec surprise qu'on trouve, pour A matrice carrée d'ordre n et X matrice colonne, des raisonnements du type : « $AX = 0 \iff \det(A) \cdot \det(X) = 0 \iff \det(A) = 0$ ou $\det(X) = 0 \iff A = 0$ ou $X = 0$ ».
- Centrale 2003 Certains candidats confondent le déterminant et la trace d'une matrice triangulaire.

Règle de Sarrus

- CCP 2009 L'utilisation immodérée de la règle de Sarrus pour un calcul de déterminant [conduit] souvent [à] des conséquences fâcheuses.
- CCP 2007 Le secteur des déterminants est pour beaucoup, assez redoutable ; Sarrus y règne en maître même parfois à l'ordre 4 !
- INT 2008 Le choix systématique de la règle de Sarrus est propice aux erreurs de calculs.

Comatrice

- Centrale 2006 Relation $A^t \text{Com} A = {}^t \text{Com} A \cdot A = \det A \cdot I_n$ pas toujours sue.

Continuité du déterminant

- Mines 2010 [Il faut savoir démontrer simplement] la continuité de l'application déterminant.

§ 3. Réduction des endomorphismes

- Mines 2007 Les théorèmes liés à la réduction sont connus. On peut toutefois regretter que de nombreux candidats n'arrivent pas à trancher sur la méthode à utiliser en fonction du problème traité (polynôme annulateur, ou dimension des sous espaces propres).
- Mines 2005 Si les candidats avaient l'idée de penser à une matrice simple, comme la matrice carrée $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, ils éviteraient d'écrire bien des affirmations fausses.

Hors-programme

- Mines 2011 On rappelle aux candidats qu'aucun résultat relatif à la trigonalisation ne figure au programme.

- Mines 2009 [En réduction des endomorphismes,] le cours est connu, mais on constate une incapacité à l'exploiter de façon pertinente (par exemple, dans le choix d'un théorème adapté à la situation). On rappelle ici que les résultats relatifs à la trigonalisation sont hors programme.
- Centrale 2009 Sur la réduction des endomorphismes, certains candidats citent des résultats hors programme qu'ils ne savent pas démontrer, aux énoncés approximatifs, espérant ainsi contourner la difficulté d'une démonstration ; cela se retourne contre eux le plus souvent. Il vaut mieux être solide sur les notions de base : les sujets proposés sont calibrés spécialement pour la filière PSI et peuvent être entièrement résolus avec des arguments du programme officiel.
- Centrale 2008 De nombreux candidats font un usage systématique de théorèmes hors programme sur la réduction des endomorphismes, là où un raisonnement élémentaire est attendu. De telles solutions seraient acceptées si les candidats étaient capables de démontrer les résultats invoqués ; hélas ils n'ont bien souvent pas la moindre idée de leur preuve.
- Centrale 2007 Les notions et les théorèmes portant sur la diagonalisabilité des endomorphismes sont parfois trop vagues, les conditions « nécessaires » sont confondues avec les conditions « suffisantes », avec des « excursions » hors du programme ; les candidats doivent savoir que les exercices posés sont faisables dans le cadre du programme, que l'examineur dispose de celui-ci lors de l'épreuve et que tout appel à des résultats hors-programme expose le candidat à des questions visant à éclairer la compréhension et la démonstration de ceux-ci.

Valeurs, vecteurs et espaces propres

- E3A 2006 D'un point de vue général, les connaissances des étudiants en algèbre linéaire restent trop superficielles ou imprécises, en particulier dans la définition d'une valeur propre d'un endomorphisme.
- Mines 2011 Il serait bon de réfléchir aux hypothèses nécessaires pour affirmer que la trace d'une matrice est égale à la somme de ses valeurs propres et son déterminant est égal à leur produit.
- CCP 2006 Beaucoup de candidats écrivent que la trace de f est la somme de ses valeurs propres, en oubliant de multiplier chacune d'elles par son ordre de multiplicité.
- Saint-Cyr 2007-2008 Les fautes les plus graves sont des fautes de logique, en particulier la confusion entre « il existe » et « quel que soit » qui conduisent certains candidats (rares heureusement) à traduire « f admet une valeur propre » par « f est une homothétie ».
- INT 2010 Somme directe de sous-espaces vectoriels et somme directe de sous-espaces vectoriels égale à E sont parfois synonymes.

Détermination des valeurs propres

- Mines 2000 Trop de candidats se lancent aveuglément dans des calculs de valeurs propres par déterminant au lieu d'analyser l'endomorphisme ou la matrice proposée.
- Centrale 2009 Une majorité d'étudiants ne prend plus la peine d'analyser le problème et de le simplifier avant de se lancer dans les calculs, [comme] simplifier une matrice avant d'en chercher les éléments propres.
- Centrale 2007 La détermination des valeurs propres d'un endomorphisme est parfois réduite à une suite de devinettes par des candidats qui recherchent une solution évidente (1, -1, 2, -2, etc. . .) ; s'il est intéressant de pouvoir trouver des solutions évidentes, il est souvent nécessaire d'appliquer une méthode systématique.
- Centrale 1999 Les connaissances sur les polynômes s'avèrent souvent insuffisantes (bien que sur ce point le programme soit très limité). Par exemple l'origine de l'existence d'une valeur propre réelle pour une matrice 3×3 devrait être comprise.

INT 2008 Les racines d'un polynôme annulateur ne sont pas forcément valeurs propres.

Problèmes de vocabulaire sur les vecteurs et espaces propres

Mines 2004 Il faut faire attention au mélange de concepts : on entend parfois parler du sous-espace propre engendré par une valeur propre, ou du noyau d'une matrice.

Mines 2003-2004 On observe de nombreuses confusions sur différents concepts (suite/série/somme, intégrale/primitive). On entend ainsi [parler de] « sous-espace propre engendré par une valeur propre ».

Centrale 2005 La formule « les vecteurs propres de u » est un raccourci que l'on peut comprendre mais qui est dangereux (comme celui sur le Ker de A) car il a conduit certains candidats à penser (ou en tout cas à se comporter comme s'ils pensaient) que l'endomorphisme u n'a qu'un nombre fini de vecteurs propres et à confondre les vecteurs propres avec les espaces propres.

Centrale 1999 [Une expression] telle que « le vecteur propre associé à la valeur propre... » [n'a] aucun sens.

Navale 2007 Certains candidats devraient s'entraîner à mettre un article indéfini devant vecteur propre, sous espace supplémentaire, polynôme annulateur, etc... pour éviter des déboires.

Petites Mines On relève néanmoins trop d'erreurs grossières du type :
– Le vecteur propre associé à x est...
– L'endomorphisme (par exemple en dimension 3) a trois vecteurs propres distincts, donc il est diagonalisable.

Valeurs propres d'une matrice triangulaire

Centrale 2006 La recherche des valeurs propres d'une matrice triangulaire ne devrait pas poser de problème.

Centrale 2002 [Les] plus de 60 % des candidats qui [ont utilisé le polynôme caractéristique] pour calculer le spectre d'une matrice triangulaire ont vu leur note se réduire.

École de l'air 2011-2010 Nous rappelons aux candidats que les valeurs propres d'une matrice triangulaire sont les termes diagonaux. Pour certains exercices sur les endomorphismes, il est donc intéressant d'écrire la matrice associée plutôt que de calculer u^2 pour trouver un éventuel polynôme annulateur.

Condition de non nullité d'un vecteurs propres

CCP 2010 Pour montrer que lorsque la famille $(u, l(u))$ est liée, alors u est un vecteur propre de l , il faut un raisonnement précis utilisant l'hypothèse $u \neq 0$.

Centrale 2008 La rigueur est un élément important dans l'évaluation : l'oubli [...] de la condition de non nullité pour un vecteur propre est sanctionné.

Utilisation du rang

CCP 2011 En algèbre linéaire, les étudiants ont bien appris le cours et ils connaissent les principales techniques classiques. Ils ont plus de difficultés à faire le lien entre les diverses notions introduites, comme le rang et la dimension des sous-espaces propres.

CCP 2010 Concernant l'algèbre linéaire, les candidats ont souvent l'habitude d'appliquer des procédures automatiques, sans les précéder d'une réflexion. Ceci est particulièrement en évidence [...] lorsqu'il s'agit de chercher les éléments propres d'une matrice de rang 1. De façon générale, la trace [et] le rang d'une matrice [...] sont insuffisamment exploités.

- CCP 2008 Pour la recherche des éléments propres d'un endomorphisme associé à une matrice A , le réflexe est presque toujours de calculer (souvent avec difficulté) le polynôme caractéristique et cela même lorsque des considérations sur le rang de A rendraient ces gros calculs inutiles (par exemple lorsque $\text{rg}(A) = 1$).
- CCP 2007 Il est toujours dommage que la trace et le rang soient des notions pas assez utilisées en particulier pour la recherche des éléments propres d'un endomorphisme.
- CCP 2006 Il est dommage que des notions comme la trace et le rang ne soient pas mieux connues et mieux utilisées par exemple lors de la recherche des éléments propres d'un endomorphisme.
- CCP 2005 L'intérêt de la notion [de rang] est rarement bien perçu, en particulier lors de la recherche de dimension de sous-espace propre.
- CCP 2004 Dans un exercice de recherche d'éléments propres, il est rare que le candidat fasse le lien entre rang et dimension de sous espace propre.
- CCP 2003 Le lien entre noyau d'un endomorphisme et valeur propre nulle n'est pas claire pour tous.
- Mines 2004 On peut regretter que les candidats se lancent trop souvent dans des calculs inutiles (par exemple du polynôme caractéristique ou d'un polynôme annulateur) alors qu'une simple analyse de l'endomorphisme ou de la matrice à étudier leur permettrait de répondre sans quasiment aucun calcul (par exemple en étudiant d'abord le rang).
- École de l'air 2011 Trop de candidats calculent systématiquement le polynôme caractéristique d'une matrice pour montrer que 1 est valeur propre alors qu'il suffit de calculer le rang de $A - \text{Id}$ par exemple.
- Petites Mines La réduction des matrices est abordée à peu près systématiquement par le calcul du polynôme caractéristique alors qu'une étude préliminaire de l'endomorphisme associé (en particulier de son rang ou de ses propriétés géométriques) apporte bien souvent des simplifications.

Liens entre sous-espaces propres et sous-espaces stables

- Mines 2005 Dans une proportion significative des copies, les candidats pensent à tort qu'un sous-espace vectoriel stable est forcément un sous-espace propre.
- Centrale 2006 La stabilité des sous-espaces vectoriels propres par des endomorphismes commutant n'est pratiquement jamais utilisée.
- Centrale 2005 Le théorème souvent utile sur la stabilité des sous-espaces propres d'un endomorphisme par un autre endomorphisme qui commute avec lui [devient] parfois l'identité des valeurs propres de deux endomorphismes qui commutent ou bien l'identité des sous-espaces propres (plus dangereuse puisque parfois c'est le cas).
- Centrale 2001 Parmi [les] points qui ne sont pas toujours connus : lorsque deux endomorphismes commutent, les sous-espaces propres de l'un sont stables par l'autre.

Matrices semblables

- Centrale 2005 [Certains ont affirmé] sans hésitation que deux matrices qui ont même déterminant sont semblables ; certains, plus généreux, ajoutaient la trace, voire le polynôme caractéristique (ce type d'erreur concerne environ la moitié des candidats et montre qu'ils n'ont rien compris à une partie importante du cours).
- Centrale 2002 Le polynôme caractéristique n'est pas l'alpha et l'oméga de la réduction des endomorphismes : plus de soixante pour cent des candidats croient que c'est l'invariant de similitude absolu qui permet, à lui seul, de décider si deux matrices sont semblables.

Centrale 2001 la notion de matrices semblables est parfois mal comprise. Certains candidats se cramponnent à la « définition » formelle : il existe P inversible telle que $A' = P^{-1}AP$, au lieu de chercher une base dans laquelle la matrice de l'endomorphisme canoniquement associé à A deviendrait A' .

Centrale 2000 La notion de matrices semblables est parfois mal comprise. Certains candidats se cramponnent à la « définition » formelle : il existe P inversible telle que $A' = P^{-1}AP$, au lieu de chercher une base dans laquelle la matrice de l'endomorphisme canoniquement associé à A deviendrait A' . Une erreur d'étourderie fréquente consiste à confondre A et A' semblable à A .

Utilisation des polynômes

Centrale 2006 Polynômes d'endomorphisme : [on voit] $P(f(x))$ au lieu de $(P(f))(x)$ [et la] signification de $PQ(f)(x)$ [est] incomprise.

Centrale 2004 Confusions fréquentes : « $P(f) = 0 \iff \det P(f) = 0$ » et « $P(f) \circ Q(f) = 0 \implies P(f) = 0$ ou $Q(f) = 0$ ».

Centrale 2005 Le lien entre valeurs propres, polynôme caractéristique, polynôme annulateur et le théorème de Cayley-Hamilton (qui est souvent cité sans besoin) est souvent incompris.

Calculs de polynômes caractéristiques

CCP 2010 [Quand on donne un endomorphisme nilpotent, les candidats trouvent] trop peu de polynômes caractéristiques justes. Il [suffit généralement] d'utiliser un polynôme annulateur pour montrer que le spectre [est] réduit à 0, puis d'écrire que le degré du polynôme caractéristique étant n , [c'est] alors X^n (au signe près).

Mines 2007 Parfois les candidats se lancent dans des calculs inutiles, par exemple celui du polynôme caractéristique, alors qu'une simple analyse de la matrice étudiée leurs permettrait de résoudre une grande partie de la question (comment lire sur une matrice une base du noyau).

Centrale 2006 Calculs maladroits du polynôme caractéristique via Sarrus ou sans factorisation pour une matrice 3×3 .

Polynômes annulateurs

Centrale 2002 Certaines maladresses de calculs tiennent à un manque de pratique de certaines méthodes dont l'efficacité s'avère plutôt théorique. Il est souvent préférable d'utiliser un polynôme annulateur d'une matrice pour faire du calcul fonctionnel sur celle-ci que de s'engager dans une méthode de diagonalisation ou de trigonalisation qui, même avec [l'aide de Maple ou d'une calculatrice], n'a des chances de conduire à des calculs simples que dans quelques cas d'école.

Centrale 2000-2001 Pour savoir si une matrice carrée d'ordre 2 ou 3 au polynôme caractéristique simple est diagonalisable ou pas, il n'est pas judicieux de ne pas chercher celui-ci et de se lancer dans la recherche d'un polynôme annulateur simplement scindé.

Navale 2010 [Parmi] les carences les plus fréquemment rencontrées, [notons] des confusions entre polynôme caractéristique et polynôme annulateur d'un endomorphisme.

Navale 2007 En algèbre, des confusions entre polynôme annulateur et polynôme caractéristique.

INT 2008 Les racines d'un polynôme annulateur ne sont pas forcément valeurs propres.

Petites Mines Savoir utiliser un polynôme annulateur pour étudier si un endomorphisme est diagonalisable et ne pas recourir toujours au polynôme caractéristique, parfois inaccessible.

Diagonalisabilité

- Mines 2006 Nous avons vu souvent affirmer qu'une matrice diagonale, ou diagonalisable est toujours inversible (signalons que la matrice nulle est diagonale).
- Mines 2002 Pour ce qui est de la diagonalisation, peu de candidats pensent à analyser la matrice pour la recherche de valeurs propres et se lancent rapidement dans le calcul du polynôme caractéristique.
- Centrale 2006 A^2 peut être diagonalisable sans que A le soit.
- Centrale 2005 L'abus de langage « diagonalisable dans $\mathbb{C}$ ou dans $\mathbb{R}$ » [peut devenir] un véritable piège si l'on s'intéresse au cas d'une matrice A à coefficients réels, diagonalisable dans $M_n(\mathbb{C})$ et pas dans $M_n(\mathbb{R})$ et pour laquelle il existe donc une matrice P de $GL_n(\mathbb{C})$ telle que $P^{-1}AP$ est diagonale et dont le carré, A^2 , se retrouve par miracle diagonalisable dans $M_n(\mathbb{R})$ et on recherche une matrice Q à coefficients réels telle que $Q^{-1}A^2Q$ est diagonale.

Critères de diagonalisabilité

- Mines 2011 Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une matrice soit diagonalisable ne sont pas toujours bien connues.
- Centrale 2008 [Il faut savoir remarquer] qu'une matrice est diagonalisable lorsqu'elle est à valeurs propres distinctes.
- Centrale 2006 Conditions nécessaires et suffisantes de diagonalisabilité non vues ; confusion avec condition suffisante.
- Centrale 2005 La diagonalisabilité est souvent confondue avec l'une de ses conditions suffisantes ou nécessaires.
- Centrale 2004 Il ne suffit pas de savoir quand un endomorphisme ou une matrice est diagonalisable, il serait utile aussi de savoir exploiter cette propriété, ce qui peut se faire sous diverses formes, en introduisant une matrice passage, en considérant une base de vecteurs propres ou même des sous-espaces vectoriels.

Liens entre diagonalisabilité et polynômes annulateurs

- Mines 2005 Les notions de « racine simple » et d'ordre de multiplicité ne sont pas toujours comprises, d'où une application erronée du théorème sur la caractérisation des endomorphismes diagonalisables à l'aide des polynômes annulateurs.
- Centrale 2001 Parmi [les] points qui ne sont pas toujours connus : [...] la condition nécessaire et suffisante de diagonalisation d'un endomorphisme utilisant l'existence d'un polynôme scindé à racines simples n'est pas toujours clairement énoncée, et, si les candidats la connaissent, ils ne pensent pas assez à l'utiliser dans des cas où elle leur épargnerait de longs calculs.
- INT 2011 Les polynômes annulateurs sont bien utilisés pour les endomorphismes comme pour les matrices carrées.

Liens entre diagonalisabilité et polynôme caractéristique

- CCP 2008 Il est courant d'entendre : la matrice A est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé simple.
- Mines 2001 Certains n'ont pas hésité à affirmer [qu'une matrice] est diagonalisable car son polynôme caractéristique est scindé.
- Mines 2001 Voici une erreur non isolée, concernant $A = \begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ et que nous laissons aux candidats le soin de méditer : $\chi_A(X) = (i - X)^2 - 1 = (i - X - 1)(i - X + 1)$, par conséquent le polynôme caractéristique de A est scindé à racines simples, donc A est diagonalisable.

INT 2011 Le caractère scindé du polynôme caractéristique est quelquefois omis comme condition nécessaire de diagonalisabilité.

INT 2010 Un polynôme caractéristique scindé à racines simples est souvent la condition nécessaire et suffisante de diagonalisabilité. Ce caractère scindé est, à d'autres moments, omis comme condition nécessaire de diagonalisabilité.

INT 2008 Le caractère diagonalisable d'un endomorphisme ou d'une matrice n'équivaut pas au fait que le polynôme caractéristique soit scindé simple.

Pratique de la diagonalisation

Mines 2009 La diagonalisabilité [de la] matrice 5×5 [suivante] qui contient 22 zéros et trois 1 [a fourni] seulement moins de 10 % de réponses correctes :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[...] [Certains] se sont trompés en cherchant le polynôme caractéristique ([alors que] la matrice était triangulaire). Certains sont parvenus à montrer que 0 et 1 étaient valeurs propres sans pouvoir démontrer qu'elles s'avéraient être les seules. La plupart ne maîtrisent pas la recherche du sous-espace propre associé à une valeur propre donnée.

Projecteurs spectraux

Mines 1998 La décomposition spectrale d'un endomorphisme diagonalisable ($u = \sum_{\lambda \in \text{Sp } u} \lambda p_\lambda$, avec p_λ projecteur) semble moins connue.

Centrale 2001 Parmi [les] points qui ne sont pas toujours connus, [...] les projecteurs spectraux : si un endomorphisme est diagonalisable, il est combinaison linéaire des projecteurs associés à la somme des sous-espaces propres

Applications de la diagonalisation

Centrale 2003 L'étude d'une notion comme la diagonalisabilité et la diagonalisation des endomorphismes et des matrices ne se résume pas à un catalogue de critères ; elle n'a d'intérêt et de raison d'être que par les applications qu'elle permet en ouvrant par exemple la possibilité de simplifier, par un changement de base, des problèmes de différents types : résolution d'équations ou d'équations différentielles, étude d'itérations (par exemple suites récurrentes linéaires), recherche d'images ou d'antécédents... la réduction des coniques est un exemple d'application du théorème spectral.

Puissances de matrices

X-Cachan 2005 Montrer que pour tout $k \in \mathbb{N}$, la matrice A^k est combinaison linéaire de la famille $(I_n, A, \dots, A^{n-1})$ [repose] sur le (trop méconnu) théorème de Cayley-Hamilton.

Théorème de Cayley-Hamilton

Mines 2004 Quand certains théorèmes portent un nom, il serait souhaitable qu'il soit correctement attribué et orthographié. À la place du théorème de Cayley-Hamilton, nous avons eu droit entre autre à ceux de David Hamilton, Cailley-Hamilton, Kelly-Amilton, Cayley-Amilton, et même Hilbert-Dirac.

Centrale 2005 Le lien entre valeurs propres, polynôme caractéristique, polynôme annulateur et le théorème de Cayley-Hamilton (qui est souvent cité sans besoin) est souvent incompris.

Centrale 2004	Le théorème de Cayley-Hamilton ne semble pas inspirer de nombreux candidats.
X-Cachan 2005	Le théorème de Cayley-Hamilton [est] trop méconnu.

Espaces stables

Centrale 2007	Les notions de sous-espace propre et de sous-espace stable par un endomorphisme sont parfois confondues.
Centrale 2006	Dans le cas d'un sous-espace vectoriel stable par un endomorphisme, la matrice dans une base adaptée [doit pouvoir être] donnée.
INT 2008	La stabilité d'un sous-espace vectoriel est souvent mal exploitée.

§ 4. Algèbre bilinéaire

Mines 2002	Certains candidats se posent la question de savoir si dans un espace euclidien la dimension est finie.
Centrale 2006	[L'algèbre bilinéaire] est toujours aussi mal maîtrisée, avec oubli de la dualité entre E et E^* lorsque E est muni d'un produit scalaire.
Centrale 2003	Le fait qu'un espace vectoriel soit euclidien ou préhilbertien permet d'y utiliser des notions comme celles de distance, d'orthogonalité etc... comme dans $\mathbb{R}^n$.

Produits scalaires et formes quadratiques

Définition d'un produit scalaire

E3A 2006	Seulement 60 % des candidats connaissent la définition d'un produit scalaire.
CCP 2010	Nombreux sont ceux qui sont déroutés par une question sur le produit scalaire et qui ne savent pas faire ressortir l'essentiel, en l'occurrence le caractère défini (ou non) de la forme bilinéaire B , ou bien ceux qui ont beaucoup de difficulté pour montrer qu'une famille de polynômes est une base orthonormale et qui, à court d'argument, affirment que la famille est libre car les polynômes sont échelonnés en degrés.
CCP 2003	La vérification des propriétés du produit scalaire est parfois bâclée.
Centrale 1999	La plupart des candidats connaissent la définition d'un produit scalaire.
INT 2011	Les habitudes de notations prennent parfois le pas sur la signification des énoncés du cours : ainsi, [...] la notation tXX qui représente le carré scalaire même lorsque X est une matrice carrée.

Manipulation de produits scalaires

CCP 2009	La détermination d'un réel α pour qu'un vecteur qui en dépend soit de norme 1 a révélé des lacunes dans le développement d'un carré scalaire.
Centrale 2006	[Pour montrer que] « S'il existe X_0 tel que $\ MX_0\ = \ X_0\ $, alors X_0 est vecteur propre de tMM correspondant à la valeur propre 1 », [...] presque tous les candidats [ont fait] le raisonnement suivant : $\ MX_0\ = \ X_0\ \implies {}^tX_0 {}^tMMX_0 = {}^tX_0X_0 \implies {}^tMMX_0 = X_0$ donc X_0 est vecteur propre correspondant à la valeur propre 1 !
INT 2010	Très peu de candidats expriment spontanément tXAY comme somme double en fonction des coordonnées de X et Y et des coefficients de A , lorsque A est une matrice carrée.

Caractère défini d'un produit scalaire

Mines 2006	Signalons [...] une faute très répandue : $\lambda(X X) \geq 0$ et $(X X) \geq 0 \implies \lambda \geq 0$.
------------	---

- Mines 2006 De nombreux candidats [croient] que si la matrice réelle A vérifie « Pour tout X , $(AX|X) = 0$ » alors, A est la matrice nulle. [Pour un contre-exemple, considérer $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.]
- Centrale 2007 Pour une bonne moitié des candidats, un opérateur est auto-adjoint si, pour tout $X \in \mathbb{R}^3$, $\langle u(X), X \rangle = \langle X, u(X) \rangle$.
- Centrale 2007 Dans la presque totalité des cas, [on a vu le] « raisonnement suivant » : si $\langle u(X), X \rangle = \langle u'(X), X \rangle$, pour tout $X \in \mathbb{R}^3$, alors, comme c'est vrai pour tout X , $u = u'$!
- Centrale 2004 Pour prouver l'implication $\forall u \in E, (u|f(u)) = 0 \implies f + f^* = 0$, [presque tous les candidats] ont montré que $\forall u \in E, (u|(f + f^*)(u)) = 0$ et ont alors affirmé que, comme le produit scalaire est défini positif, on peut en déduire que $f + f^* = 0$.

Inégalité de Cauchy-Schwarz

- Mines 2007 L'inégalité de Schwarz semble inconnue lorsqu'on ne distingue pas le produit scalaire sous-jacent.

Formes quadratiques

- Mines 2006 Il [est] grave d'ignorer le lien entre le signe de $ax^2 + 2bxy + cy^2$ et le signe de $aX^2 + 2bX + c$.

Orthonormalisation de Gram-Schmidt

- Mines 2009 On constate un manque d'aisance lors de la mise en oeuvre de l'algorithme de Gram-Schmidt.
- Mines 2004 Le processus de Gram-Schmidt [pose des problèmes aux candidats], en particulier la forme de la matrice de passage.
- Mines 2002 Le procédé de Schmidt pose souvent des problèmes.
- Mines 1999 Il y a des candidats qui savent citer correctement le théorème d'orthonormalisation de Gram-Schmidt ?
- Mines 1998 L'orthonormalisation d'une famille de vecteurs par la méthode de Schmidt n'est pas entièrement maîtrisée.
- Centrale 2010 On note un manque général de rigueur dans les définitions et les énoncés de théorèmes ; [...] que dit exactement le théorème d'orthonormalisation de Schmidt ? Seuls les tout meilleurs connaissent [la] réponse.
- Centrale 2010 [Parmi les] théorèmes et formules qui ont posé des problèmes aux candidats qui devaient les énoncer et les utiliser : [...] théorème de Schmidt (énoncé du résultat fourni par l'algorithme).
- Centrale 2006 Le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt est mal connu.
- X-Cachan 2006 Beaucoup de candidats auraient pu se rendre compte qu'ils avaient écrit des formules approximatives mais fausses en essayant de vérifier que la suite qu'ils construisaient était bien orthogonale. De façon plus anecdotique, les noms de Gram et Schmidt ont souvent été écorchés.
- Saint-Cyr 2008-2010 L'exercice de calcul formel est souvent une question de cours déguisée comme par exemple : décomposer une fonction en série de Fourier, appliquer le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, développer la méthode d'Euler pour la résolution approchée d'une équation différentielle.

Manque de recul sur le procédé de Gram-Schmidt

- CCP 2008 L'orthonormalisation d'une famille de deux vecteurs est assez catastrophique: on se contente de les normer, on se trompe parfois dans ce calcul simple, ou bien on utilise une formule apprise par cœur et quelquefois fausse.

CCP 2009	L'utilisation de formules apprises par coeur mais sans en avoir la maîtrise, par exemple la formule de projection orthogonale ou les formules du procédé de Schmidt [fait que] tout exercice dans un contexte légèrement différent de celui du cours devient très vite insurmontable.
CCP 2007	Le procédé de Schmidt se résume pour la plupart du temps à un énoncé de formules et la moindre adaptation est impossible.
CCP 2006	Parmi les candidats qui connaissent le procédé de Schmidt, la plupart utilisent une formule toute faite qu'ils n'ont souvent pas comprise et par suite à la moindre adaptation du procédé ils sont en énorme difficulté.
CCP 2005	Le procédé de Schmidt se réduit, presque toujours à une série de formules apprises par coeur et dont la signification reste un mystère.
CCP 2003	Le procédé de Schmidt se réduit, la plupart du temps à une série de formules apprises par coeur.
Centrale 2002	Le procédé d'orthonormalisation est souvent déconnecté de toute interprétation géométrique. Un dessin en dimension 3 est pourtant très éclairant.
Navale 2004	Quant à l'orthogonalisation de Gram-Schmidt, les candidats en connaissent l'air mais pas la chanson : ils essaient à toute force d'apprendre par coeur une « formule » donnant les vecteurs successifs, s'emmêlent dans les notations et sont incapables de retrouver ce qu'il faut faire (même pour deux vecteurs!), faute d'avoir réfléchi auparavant à comment cela marchait.

Orthonormalisation d'une base déjà orthogonale

CCP 2005	Il est surprenant de constater le manque de logique suivant : après avoir trouvé deux droites de vecteurs propres pour la matrice T et « en déduire une base orthonormale de vecteurs propres », certains étudiants appliquent la méthode d'orthonormalisation de Schmidt à deux des vecteurs propres trouvés, un sur chaque droite. On est partiellement rassuré lorsqu'ils obtiennent des vecteurs colinéaires aux vecteurs propres choisis ! La méthode de Schmidt est assimilée, mais pas les conditions dans lesquelles on l'applique et que dire de la rentabilité des calculs ?
Centrale 2009	Pour « passer » d'une base orthogonale à une base orthonormée, la plupart des candidats utilise le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt ce qui est tout-à-fait inutile.

Adjoint, endomorphismes et matrices symétriques

E3A 2006	Peu d'étudiants sont capables d'énoncer correctement la définition d'un endomorphisme symétrique.
E3A 2006	On rencontre cependant des difficultés importantes pour utiliser les résultats sur les endomorphismes auto-adjoints : lorsque l'on est en dimension infinie, il est déconseillé de citer les résultats du cours concernant les matrices diagonalisables.
E3A 2006	[Seuls] 50 % des candidats connaissent la définition de l'adjoint d'un endomorphisme dans un espace euclidien.
CCP 2011	On remarque une confusion fréquente entre endomorphisme orthogonal et endomorphisme autoadjoint.
Mines 2006	Certains candidats dissertent sur les propriétés des solutions de l'équation $C^2 = A$, et affirment que si A est symétrique définie positive, C l'est aussi. . .
Mines 1999	On voit [souvent écrit] qu'une matrice symétrique réelle est inversible.
Centrale 2011	Une matrice symétrique n'est pas la matrice d'une symétrie.

Matrice de l'adjoint

- Mines 2011 La caractérisation matricielle des endomorphismes autoadjoints est mal maîtrisée.
- Mines 2009 Mentionnons que, si e est une base d'un espace euclidien et u un endomorphisme de celui-ci, la matrice représentative de u^* dans e n'est pas toujours la transposée de celle de u .
- Centrale 2003 Le fait que la matrice de u^* n'est pas la transposée de la matrice de u dans le cas général (mais seulement dans une base orthonormée) semble ne pas être connu d'une grande partie des candidats

Théorème spectral

- CCP 2007 La symétrie de la matrice à coefficients réels M n'est pas toujours mise en avant pour justifier que ses valeurs propres sont réelles. Au lieu de cela on lit des démonstrations sans logique dans lesquelles λ est une valeur propre complexe et X un vecteur propre associé à coefficients réels (!) qui conduit à λ réel.

Conditions d'application du théorème spectral

- CCP 2008 On souhaitait lire des arguments de démonstration précis, [comme] : « l'endomorphisme s est diagonalisable car sa matrice S est symétrique réelle » (réelle est souvent oublié).
- CCP 2006 La majorité des étudiants savent que la matrice M est diagonalisable car symétrique mais oublient de dire qu'elle est à coefficients réels.
- Mines 2001 Un candidat a affirmé : « une matrice symétrique réelle n'est pas nécessairement diagonalisable, il faudrait que son polynôme caractéristique soit scindé sur $\mathbb{R}$ ».
- Mines 2001 Le fait [qu'une matrice] soit symétrique [mais à coefficients] complexes ne permet pas d'emblée d'affirmer qu'elle est diagonalisable.
- Centrale 2009 Le « théorème spectral » est très mal connu des candidats. On ne trouve presque jamais le bon énoncé : « Si A est symétrique réelle, elle est diagonalisable sur une base orthonormée », « Si A est symétrique réelle, il existe une matrice orthogonale U telle que UA^tU soit diagonale ». On trouve souvent : « Si A est symétrique réelle, elle est diagonalisable ».
- Centrale 2006 Dans le théorème spectral, il faut spécifier que la matrice symétrique est à coefficients réels.
- Centrale 2003 De nombreux candidats invoquent l'énoncé « Toute matrice symétrique est diagonalisable » sans préciser le corps de base – ce qui donne évidemment un énoncé faux dans $\mathbb{C}$.
- INT 2011 La diagonalisation des matrices symétriques réelles est clairement écrite.

Conclusion complète du théorème spectral

- E3A 2003 Presque tous les candidats savent qu'une matrice symétrique réelle est diagonalisable, mais seuls 30 % d'entre eux précisent que l'on peut la diagonaliser à l'aide d'une matrice orthogonale et 15 % exploitent ceci pour conclure.
- CCP 2010 Concernant les endomorphismes symétriques, si les candidats savent en général qu'ils sont diagonalisables, ils oublient parfois que les sous-espaces propres sont orthogonaux.
- CCP 2009 Le théorème spectral a souvent été vu mais l'étudiant oublie parfois de dire [qu'on peut] prendre une base orthonormale de vecteurs propres.

Mines 2006 De nombreux candidats ne pensent pas au théorème spectral pour les matrices symétriques réelles (ou ne le connaissent pas). [...] Une majorité de candidats pense au caractère diagonalisable des matrices symétriques réelles, mais ne cite pas l'existence d'une base de diagonalisation orthonormale, ce qui est [pourtant] essentiel. Pour beaucoup de candidats, le lien entre base orthonormale et matrice de passage orthogonale est obscur.

Centrale 2011 On voit majoritairement énoncer un théorème spectral très approximatif, voire faux : « la matrice est symétrique réelle, donc *diagonalisable* et ses valeurs propres sont réelles ; il existe *donc* une matrice orthogonale... ».

Centrale 2006 Pour certains, toute matrice réelle symétrique est diagonalisable, mais ils ne savent *pas* qu'il existe *une base orthonormée de vecteurs propres*.

Fausse conclusions du théorème spectral

Centrale 2009 [Certains candidats affirment] que toute base (ou bien la base) de vecteurs propres est orthonormée. On voit aussi souvent : « Si A est symétrique réelle, elle est diagonalisable sur la base orthonormée formée de ses vecteurs propres »...

Centrale 2006 Pour une matrice symétrique réelle, toute base de vecteurs propres n'est pas nécessairement orthonormée.

Centrale 2006 Presque toutes les formulations du théorème spectral sont soit incomplètes, soit hautement fantaisistes. [...] [II] est l'objet de variantes diverses (*en tout presque 100 % des élèves !*) :

– Pour certains, toute matrice réelle symétrique est diagonalisable, mais ils ne savent *pas* qu'il existe *une base orthonormée de vecteurs propres*. Cette méconnaissance rendait certaines questions infaisables ;

– Pour d'autres, au contraire, le théorème est riche d'enseignements : toute matrice réelle symétrique est *diagonalisable en base orthonormée directe*. C'était bien pratique dans le cadre du problème ! Or, le programme officiel parle de *base orthonormée* et non de *base orthonormée directe*. Il fallait donc faire le passage de *base orthonormée* à *base orthonormée directe*. Ce n'est pas difficile, mais cela n'a pas été traité par un candidat sur cent (ou plutôt deux cents) ;

– Il apparaît aussi que le polynôme caractéristique de toute matrice réelle symétrique est scindé à racines *simples* (*une copie sur deux*). Que dire de la matrice unité ?

Centrale 2005 Le fait qu'une matrice symétrique réelle soit diagonalisable dans une base orthonormée ne signifie pas que toute base de vecteurs propres soit orthonormée.

Applications du théorème spectral

Centrale 2004 Une notion comme celle d'endomorphisme symétrique ou autoadjoint peut parfois se traduire par des informations sur la matrice (dans une base orthonormée), parfois se traduire par des propriétés liées aux éléments propres, parfois au contraire par des propriétés plus abstraites liées au produit scalaire.

Centrale 2003 La réduction des coniques est un exemple d'application du théorème spectral.

Autoadjoints à valeurs propres positives

Mines 1998 Une majorité affirme à tort qu'un opérateur autoadjoint a toujours ses valeurs propres positives.

Centrale 2008 L'erreur la plus fréquente porte sur la positivité des valeurs propres de tMM . Il a souvent été dit que, si la somme et le produit des valeurs propres était positifs, alors celles-ci étaient positives. Plus grave : il est souvent affirmé que les valeurs propres sont sur la diagonale de tMM ; on les obtient alors « à vue ».

Autoadjoints associés à une forme bilinéaire

Centrale 2006 Dans la réduction des formes bilinéaires symétriques, une base de vecteurs propres pour l'endomorphisme autoadjoint associé n'est pas nécessairement orthonormée.

Projections orthogonales

CCP 2011 S'il est souhaitable de connaître la formule de la projection orthogonale d'un vecteur sur un sous-espace vectoriel, il ne faut pas être bloqué lorsque l'on ne dispose pas à priori d'une base orthonormale du sous-espace vectoriel.

CCP 2010 La projection orthogonale d'un vecteur x sur un sous-espace vectoriel H se résume souvent à une formule du type $p(x) = \sum (x|e_i)e_i$, que les étudiants ont du mal à adapter si (e_i) n'est pas a priori une base orthonormale de H .

Mines 2010 Des questions élémentaires de géométrie dans le plan ou dans l'espace comme par exemple la détermination de la projection orthogonale d'un point sur une droite ou sur un plan pose des difficultés étonnantes.

Mines 2005 Est-il si difficile d'écrire l'expression de la distance d'un point à un plan, par exemple ?

Centrale 2011 Un endomorphisme égal à son carré n'est pas nécessairement un projecteur *orthogonal* ! (plus de 80 à 90 % des candidats l'affirment pourtant) ; ce qui, pour nombre d'entre eux, ne l'empêche pas d'avoir, en plus un carré égal à l'identité ! Il faut reconnaître que les dénominations peuvent induire en erreur, mais les candidats doivent savoir qu'un projecteur orthogonal ne correspond pas à une matrice orthogonale (dans une base ortho-normée) ! Ce qu'on peut traduire, en « identifiant » les endomorphismes et leurs matrices par :

- un projecteur est un endomorphisme ;
- mais un projecteur orthogonal n'est pas un endomorphisme orthogonal.

Centrale 2010 Les hypothèses du théorème de projection orthogonale sont mal connues.

Centrale 2009 La matrice d'un projecteur orthogonal (différent de l'identité) n'est pas une matrice orthogonale, bien que cela ait été « démontré » par de nombreux candidats.

Centrale 2007 Tout ce qui s'appelle orthogonal n'est pas nécessairement un automorphisme orthogonal (par exemple les projections orthogonales).

Centrale 2007 La projection orthogonale d'un vecteur sur un sous-espace vectoriel possède une définition qui ne peut se confondre avec une combinaison linéaire de produits scalaires, qui est la formule qui permet *parfois* de la calculer.

Centrale 2004 La projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel fait apparaître à la fois une décomposition en somme directe orthogonale de l'espace euclidien considéré, le calcul explicite du projeté d'un vecteur, la notion de distance à un sous-espace...

Centrale 2003 Rappelons aux candidats que la terminologie est une convention et qu'il faut être attentif aux « pièges » qu'elle peut tendre : par exemple la définition de matrices orthogonales ou le fait que la matrice d'une projection orthogonale n'est pas orthogonale...

École de l'air 2011 Même si cette année la formule de projection sur un sous-espace vectoriel euclidien est mieux connue, la majorité des candidats oublie qu'elle n'est valable que dans une base orthonormée; il s'en suit du même coup un certain nombre d'erreurs.

École de l'air 2010 Les candidats savent interpréter graphiquement le projeté orthogonal d'un vecteur mais ont en général des difficultés pour calculer ses coordonnées. En particulier, la formule donnant $p(x)$ est trop rarement connue.

Endomorphismes orthogonaux, projections et symétries orthogonales

Centrale 2009 La matrice d'un projecteur orthogonal (différent de l'identité) n'est pas une matrice orthogonale, bien que cela ait été « démontré » par de nombreux candidats.

Centrale 2007 Tout ce qui s'appelle orthogonal n'est pas nécessairement un automorphisme orthogonal (par exemple les projections orthogonales).

Centrale 2003 Rappelons aux candidats que la terminologie est une convention et qu'il faut être attentif aux « pièges » qu'elle peut tendre : par exemple la définition de matrices orthogonales ou le fait que la matrice d'une projection orthogonale n'est pas orthogonale...

Définitions d'un endomorphisme orthogonal

E3A 2006 [Seuls] 30 % des candidats savent ce qu'est un endomorphisme orthogonal dans un espace euclidien.

CCP 2011 On remarque une confusion fréquente entre endomorphisme orthogonal et endomorphisme autoadjoint.

CCP 2008 Rappelons [...] qu'une matrice est orthogonale si ses colonnes sont orthogonales et normées et non l'un sans l'autre.

CCP 2006 La question [...] est très mal traitée. On aurait aimé lire que, puisque ψ est un endomorphisme qui transforme la base orthonormale B en elle-même, alors ψ est une transformation orthogonale et que donc elle conserve le produit scalaire (c'est du cours). Au lieu de cela on lit : $\psi B = B$ entraîne que pour tout $e_i \in B$ on a $\psi(e_i) = e_i$ (donc $\psi = \text{Id}$, ce qu'ils n'osent pas écrire, présentant sans doute que c'est trop simple). Bien sûr si ce raisonnement était juste, la conservation du produit scalaire en découlerait facilement !

CCP 2003 Le groupe orthogonal est mal connu et les matrices orthogonales sont souvent des matrices « dont les colonnes sont orthogonales ».

Centrale 2008 Certaines parties du cours ne sont que partiellement connues [comme la] définition des matrices orthogonales.

Centrale 2006 Pour qu'une matrice soit orthogonale il ne suffit pas que ses colonnes soient orthogonales.

Centrale 2003 Il ne suffit pas que les colonnes d'une matrice soient orthogonales entre elles pour que celle-ci soit orthogonale.

Liens entre endomorphisme orthogonal et déterminant

Mines 2003 Un élève sur deux croit qu'une matrice est orthogonale directe si et seulement si son déterminant est égal à 1.

Centrale 2008 Moins grave, mais faux quand même, $O_3(\mathbb{R})$ a été défini comme l'image réciproque de $\{-1, 1\}$, par l'application déterminant ou de $\sqrt{3}$ par l'application « norme »...

Centrale 2007 Les notions de matrices orthogonales ou d'automorphisme orthogonal ne sont pas toujours claires (une matrice dont le déterminant est égal à 1 ou -1 n'est pas nécessairement orthogonale).

Centrale 2006 $SO_n(\mathbb{R})$ n'est pas l'ensemble des matrices réelles de taille n de déterminant égal à 1 !

Centrale 2005 Rappelons qu'une matrice de déterminant 1 n'a aucune raison d'être orthogonale, contrairement à l'opinion d'un nombre important de candidats ; de même une matrice de déterminant -1 n'est pas nécessairement une symétrie.

Centrale 2003 Les automorphismes orthogonaux ne se caractérisent pas par une relation du type $\det(A) = \pm 1$ (ou même 1).

Petites Mines Les caractérisations des automorphismes orthogonaux sont mal connues : on entend trop souvent la réponse « $\det(u) = 1$ ou -1 ».

Propriétés du groupe orthogonal

CCP 2007 Le groupe orthogonal, les matrices orthogonales et la diagonalisation des endomorphismes symétriques pour le groupe orthogonal ne sont bien assimilés que par les bons candidats.

CCP 2005 Le groupe orthogonal est assez mal connu.

Centrale 2008 Plus de la moitié des candidats ont affirmé que « $O_3(\mathbb{R})$ est un sous-espace vectoriel ».

Éléments propres de matrices orthogonales

Centrale 2005 Chez de nombreux candidats la confusion est grande et il est souvent difficile de rechercher par exemple l'axe d'une rotation affine ou de reconnaître un vissage. De même certains candidats ont du mal à comprendre que dans le cas d'un automorphisme orthogonal l'étude des « invariants », le calcul du polynôme caractéristique, la recherche des valeurs propres sont trois points de vue qui donnent des informations semblables (et d'autres complémentaires).

Centrale 1999 La recherche d'un argument d'un nombre complexe [...] constitue souvent une difficulté insurmontable. De telles lacunes rendent difficile [la] recherche des valeurs propres d'une matrice orthogonale.

Rotations

Centrale 2007 Une rotation dans $\mathbb{R}^3$ n'est pas une matrice particulière, et ne peut pas non plus être définie comme une application, qui dans une base « idéale » serait représentée par une matrice « simplifiée ».

Centrale 2006 Dans leur presque totalité, les candidats ont affirmé que [les matrices orthogonales] sont toujours des matrices de rotation.

Centrale 2005 Une rotation n'est pas une matrice, c'est une application.

Interprétation géométrique des endomorphismes orthogonaux

Centrale 2010 Même les connaissances très élémentaires semblent s'être évaporées [comme la] détermination de la matrice d'une isométrie vectorielle donnée par une propriété géométrique. On observe en particulier une confusion entre base orthonormale adaptée, et base canonique.

Centrale 2005 Chez de nombreux candidats la confusion est grande et il est souvent difficile de rechercher par exemple l'axe d'une rotation affine ou de reconnaître un vissage. De même certains candidats ont du mal à comprendre que dans le cas d'un automorphisme orthogonal l'étude des « invariants », le calcul du polynôme caractéristique, la recherche des valeurs propres sont trois points de vue qui donnent des informations semblables (et d'autres complémentaires).

Centrale 2004 Il reste [...] des candidats [qui] qui ignorent une partie des automorphismes orthogonaux de l'espace $\mathbb{R}^3$.

Centrale 2003 Trop de notions sont connues seulement au travers d'une formule : on ne sait pas expliquer ce qu'est une rotation, une projection, une symétrie, ... on en connaît seulement une caractérisation, soit dans une base particulière, soit dans les cas élémentaires, ce qui rend difficile l'identification d'une application qui nous est présentée dans une certaine base.

Centrale 2000 Il est curieux de voir que l'écriture d'une réflexion vectorielle pose des problèmes insolubles à plus de la moitié des candidats!

INT 2008 La définition des endomorphismes orthogonaux et leur interprétation géométrique sont méconnues.

V. REMARQUES SUR L'ANALYSE

§ 1. Bases de l'analyse réelle

Mines 2002	La plupart font une dichotomie erronée : « ou bien [la fonction] est nulle, ou bien elle ne s'annule pas ».
Centrale 2004	Trop de candidats confondent la suite des itérées de f avec la suite géométrique des puissances de f .
Centrale 2003	De nombreux candidats ont confondu f^p (p -ième puissance de f) et $f^{(p)}$ (p -ième dérivée de f).
Saint-Cyr 2002-2003	Comme les années précédentes [...] les notions de base sur les applications, les théorèmes de base de l'analyse élémentaire restent souvent mal maîtrisés.

Propriétés du corps des réels

Centrale 2001	Toute partie non vide et majorée de $\mathbb{R}$ y admet une borne supérieure ; malheureusement, l'énoncé précis de ce fait se trouve dans très peu de copies – il manque le plus souvent la condition d'être non vide, lorsque l'existence de la borne supérieure n'est pas affirmée sans justification...
Saint-Cyr 2003	Le théorème d'existence d'une borne inférieure ou supérieure pour une partie de $\mathbb{R}$ est méconnu.

Limites

E3A 2008	La caractérisation séquentielle de l'existence d'une limite d'une fonction n'est pas connue.
CCP 2010	De nombreux candidats affirment que si l'expression u tend vers 1 et si l'expression v tend vers ∞ , alors u^v tend vers 1, ne reconnaissant pas une forme indéterminée classique.
Mines 2009	Certains, à plusieurs reprises, croient avoir calculé rigoureusement une limite, alors qu'ils ont commencé par supposer l'existence de cette limite.
Mines 2004	Une idée fautive et solidement ancrée dans la tête de beaucoup de candidats consiste à croire que [...] toute limite demandée est nécessairement égale à 0.
Centrale 2000	[Parmi] les erreurs les plus fréquentes : croire que la convergence des suites $F(na)$ pour n tendant vers l'infini et pour tout a réel implique celle de pour réel quelconque tendant vers l'infini.
Navale 2008-2009	[Parmi] les points litigieux principaux qui sont toujours les mêmes : [...] manque de justification lors des passages à la limite.

Continuité

- CCP 2011 On rencontre souvent des énoncés fantaisistes concernant l'image directe/réciproque d'un fermé/compact par une application continue.
- Centrale 2006 La plupart (en fait, la presque totalité) des candidats affirme : « Une fonction continue bornée de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ atteint son maximum ». Arc tan ne semble pas exister !
- Centrale 2003 L'espace C des fonctions continues de $[0; 1]$ dans $\mathbb{R}$ n'est pas de dimension finie (encore moins de dimensions 2) sur $\mathbb{R}$!
- Centrale 1999 [L'implication] « f continue sur tout segment $[a; b]$ de $\mathbb{R} \implies f$ continue sur $\mathbb{R}$ » est très rarement justifié de façon correcte (quelques réponses données : « c'est un théorème de cours », « c'est une propriété locale », « on fait tendre a vers $-\infty$ et b vers $+\infty$ »).
- X-Cachan 2008 Nous avons été surpris que les candidats n'éprouvent pas plus le besoin de justifier que si [une fonction continue] est à valeurs dans $2\pi\mathbb{Z}$, alors [elle] est constante.

Dérivation

- E3A 2005 Une erreur très fréquemment rencontrée : la composée d'une fonction C^n et d'une fonction C^1 est une fonction C^{n+1} .
- CCP 2010 Il faut [...] signaler la difficulté de certains pour dériver $\ln|t - k|$.
- CCP 2003 L'affirmation « continue donc dérivable » n'est pas exceptionnelle.
- Mines 2009 Rappelons qu'il n'y a pas de formule simple donnant l'expression de la dérivée n -ième d'une fonction composée.
- Mines 2007 On pourra [...] déplorer qu'il ait été si difficile pour un grand nombre de candidats de calculer la dérivée première et la dérivée seconde de la fonction d'une variable réelle : $x \mapsto |x|^{2t}$, où t est un paramètre réel supérieur ou égal à 1. [...] De nombreux candidats affirment que la fonction [est] polynomiale ! [...] Il n'est pas rare de lire l'affirmation selon laquelle la fonction est de classe C^2 parce que la fonction $x \mapsto |x|$ est de classe C^∞ sur $\mathbb{R}$, et la fonction $u \mapsto u^{2t}$ est de classe C^2 sur $\mathbb{R}_+$!
- Mines 2007 Les candidats [...] se trompent souvent dans la dérivation de la fonction $x \mapsto \ln|x|$. Il est d'ailleurs possible que les mêmes candidats sauraient trouver correctement une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.
- Mines 2005 Un festival d'horreurs pour l'expression de $(\psi^{-1})'$, confondu notamment avec $1/\psi$. . . Certaines notations sont canoniques et doivent être maîtrisées, le cours doit être su.
- Mines 2002 Certains candidats pensent que le simple fait de donner une expression de la dérivée quatrième de u constitue une preuve de son existence.
- Mines 2000 Il y a énormément de raisonnements faux [du genre de] $f \leq g \implies f' \leq g'$.
- Mines 1999 La formule de Leibniz [sur la dérivée n -ième d'un produit] est souvent fautive (oublie des coefficients binomiaux).
- Centrale 2011 Trop de candidats croient que la dérivée de la fonction $x \mapsto t^{x-1}e^{-t}$ est $x \mapsto (x-1)t^{x-2}e^{-t}$.
- Centrale 2008 [La partir sur le] calcul de dérivées élémentaire qui s'est soldé par un constat surprenant : pour plus de la moitié des candidats, la dérivée de 1 est 1 !
- Centrale 2004 [Lorsque la fonction est C^n , pour calculer les n premières dérivées en 0,] il suffit de calculer un développement limité en 0 pour ensuite l'identifier au développement de Taylor de cette fonction.
- Centrale 2002 D'assez nombreuses erreurs sur [les] questions liées à la dérivabilité des fonctions d'une variable.

Centrale 2000	Ce n'est pas parce qu'on a pu calculer la dérivée d'une fonction que celle-ci est dérivable, mais parce que la fonction est dérivable qu'on peut calculer sa dérivée!
Centrale 1999	[Parmi les erreurs] commises par de très nombreux candidats : la dérivée de $s \mapsto 1/n^s$ est $s \mapsto s/n^{s+1}$.
X-Cachan 2008	La grande majorité des candidats prétendent que si e^{if} est de classe C^1 , il en est de même de f , allant parfois (rarement, heureusement) jusqu'à composer par le logarithme pour justifier l'affirmation.
X-Cachan 2007	[On constate des] erreurs dans le calcul de dérivées.
Navale 2008-2009	[Une] autre dérive très impressionnante, est la surprenante maladresse des candidats face à tout calcul. Je ne pense pas avoir vu <i>un seul</i> calcul de dérivée d'une fraction rationnelle dans lequel il n'y ait pas eu d'erreur, et plus de la moitié de ceux qui ont du le faire n'ont pas su dériver correctement une fonction élevée à la puissance n .
Navale 2006-2007	Des calculs de dérivées, tout de même assez élémentaires (fractions rationnelles) ont dû être refaits jusqu'à 5 fois pour arriver au résultat correct.

Études de fonctions

E3A 2007	L'écrasante majorité des candidats affirme que le produit de deux fonctions strictement croissantes sur $\mathbb{R}$ est une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
E3A 2004	Très peu de copies donnent des graphes corrects avec la bonne indication des tangentes.
CCP 2003	Les candidats éprouvent beaucoup de difficultés pour prouver qu'une fonction est non bornée ; on lit beaucoup d'affirmations fausses : « le produit d'une fonction bornée et d'une fonction non bornée sur l'intervalle I est une fonction non bornée sur I », « $ \varphi(x) \leq x \implies \varphi$ non bornée.
Mines 2010	On observe une incapacité chronique à déterminer de façon systématique le domaine de définition d'une fonction numérique (d'une ou plusieurs variables), et ceci, même lorsque celle-ci est introduite de façon simple à partir des fonctions numériques usuelles. Il s'agit même souvent d'un refus : le candidat se contente d'affirmer de façon péremptoire, quitte à modifier la réponse si l'examineur ne semble pas convaincu. Il en va d'ailleurs de même pour ce qui concerne les limites ou la dérivabilité. Le recours aux théorèmes usuels paraît humiliant et l'on préfère parachuter le résultat.
Mines 2007	Beaucoup de candidats ne sont pas capables [de] justifier l'existence du maximum d'une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$.
Mines 2005-2008	Trop d'étudiants (environ 20 %) n'étudient pas correctement la fonction $t \mapsto t \ln t$.
Centrale 2006	[Un défaut qui revient trop souvent est de] ne pas préciser le cadre de travail : la réciproque d'une fonction continue est continue... et si le domaine n'est pas un intervalle ?
X-Cachan 2007	[On constate des] difficultés dans l'étude du sens de variation d'une fonction.
X-Cachan 2007	De nombreux candidats pour justifier la croissance [d'un produit de fonctions] ont invoqué un argument de produit de fonctions croissantes, alors que les fonctions en question n'étaient pas de même signe.
Navale 2008-2009	[Parmi] les points litigieux principaux qui sont toujours les mêmes : [...] étonnante réticence à se livrer proprement à la plus infime étude de fonction.
Navale 2005-2007	La moindre étude de fonction semble soulever un étrange dégoût chez beaucoup de candidats. Certaines réponses du style « bon je peux faire une étude de fonction » (sous-entendu c'est bien parce que c'est vous mais ça m'ennuie profondément) ont laissé l'examineur perplexe.

Inversion de fonctions

Centrale 2004 Les théorèmes de caractérisation des homéomorphismes et difféomorphismes sont en général méconnus. L'exercice suivant a fait des ravages : « Soit f une fonction de classe C^∞ sur $] -b; b[$ avec $b > 0$ et vérifiant $f(0) \neq 0$. Montrer que l'équation $x/f(x) = t$ définit une fonction $t \mapsto x$ de classe C^∞ sur un intervalle $] -\eta; \eta[$ avec $\eta > 0$. »

Théorème fondamental de l'analyse

E3A 2005 Trop peu de copies arrivent à prouver que si $\forall x \in [0; 1], \int_0^x f(t) dt = 0$, alors f est nulle sur $[0; 1]$: des arguments utilisant le signe de f sont malheureusement avancés.

CCP 2003 On lit souvent $\frac{d}{dx} \left(\int_0^x \mu(t) \cos t dt \right) = \mu(x) \cos x - \mu(0) \cos 0$.

Mines 2008 Pour une proportion importante de candidats, l'expression de la dérivée de la fonction $x \mapsto \int_0^x f(t) dt$ semble être $f(x) - f(0)$, et ceci même parfois dans des copies qui sont bonnes par ailleurs.

Mines 2003 [Certains] pensent que $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x) - f(a)$.

Centrale 2009 Commençons par une erreur récurrente, qui est apparue ces dernières années et s'installe durablement : la dérivée par rapport à x de $\int_0^x f(t) dt$ ne vaut pas $f(x) - f(0)$.

Centrale 2008 En analyse les examinateurs sont surpris des erreurs commises par certains candidats sous l'effet du stress de l'interrogation. C'est ainsi que la dérivée par rapport à b de $\int_a^b f(t) dt$ devient $f(b) - f(a)$.

Centrale 2003 De nombreux candidats omettent de mentionner que l'intégrale d'une fonction continue sur l'intervalle $[0; t]$ est une fonction de classe de la borne supérieure t .

Prolongements de fonctions

E3A 2009 Par manque de rigueur et désinvolture, des questions liées au programme de la classe de Mathématiques Supérieures sont mal traitées, par exemple : « Montrer que la fonction $t \mapsto \frac{1}{t} - \frac{\cos t}{\sin t}$ est prolongeable en une fonction de classe C^1 sur $[0; \frac{\pi}{2}]$. »

Théorème des valeurs intermédiaires

E3A 2007 le théorème des valeurs intermédiaires se réduit quelques fois à : « si h est continue sur un intervalle I alors l'équation $h(x) = 0$ admet une solution sur I ».

Centrale 2005 Ne pas appliquer le théorème des valeurs intermédiaires sans préciser que la fonction à laquelle on l'applique est continue.

Centrale 2003 Le programme de première année est régulièrement oublié de façon très surprenante : obtenir un énoncé correct du théorème des valeurs intermédiaires n'est pas chose simple. Même chose pour l'inégalité des accroissements finis.

Centrale 2003 Pour appliquer le théorème des valeurs intermédiaires à une fonction f définie sur $]a; b[$ il faut vérifier que f est continue puis, par exemple, montrer que f tend vers $+\infty$ (resp. $-\infty$) lorsque x tend vers a (resp. b) ou l'inverse. Pour vérifier ensuite que la solution est unique, il suffit de vérifier la monotonie stricte.

Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis

E3A 2009 La plupart des candidats [utilisent] le théorème de Rolle ou le théorème des accroissements finis mais dans un nombre non négligeable de ces copies les hypothèses permettant d'appliquer ces résultats ne sont pas vérifiées.

Mines 2003	Des candidats ont essayé d'utiliser le théorème de Rolle (écrit pour la circonstance Raule ou bien Rôle), alors que [la fonction] n'était pas supposée dérivable.
Mines 1999	L'orthographe de « Rolle » est souvent fantaisiste.
Centrale 2003	Le programme de première année est régulièrement oublié de façon très surprenante : obtenir un énoncé correct du théorème des valeurs intermédiaires n'est pas chose simple. Même chose pour l'inégalité des accroissements finis.
X-Cachan 2004	[Certains candidats appliquent] le théorème des accroissements finis à une fonction seulement continue.
X-Cachan 2004	[Certains candidats appliquent] le théorème de Rolle à une fonction à valeurs complexes...

Formules de Taylor

Mines 2007	La formule de Taylor avec reste intégral n'est pas connue par un candidat sur deux.
Mines 2004	Rappelons enfin que l'interrogation porte sur le programme des deux années de préparation et qu'il est inadmissible « d'oublier » ceux appris en première année, en particulier la formule de Taylor avec reste intégral.
Mines 2002	Certains candidats donnent des formules de Taylor-Laplace [c'est-à-dire avec reste intégral] erronées, d'autres donnent une formule de Taylor-Lagrange avec un reste avec $u^{(4)}(t)$, d'autres font allusion à une formule de Taylor avec reste intégral sans la donner explicitement ou majorent le reste en ignorant les valeurs absolues.
Mines 2000	L'inégalité de Taylor-Lagrange semble peu connue.
Mines 1999	[Des candidats ont inventé des] formules de Taylor destinées à obtenir l'inégalité demandée [alors que] La connaissance du cours (par exemple : Taylor-intégral ou l'inégalité de Taylor-Lagrange avec énoncé juste) donnait une solution immédiate. [...] Que de formules fausses ont été énoncées ! Rappelons que l'égalité de Taylor-Lagrange, pour des fonctions numériques de la variable réelle, utilisée par certains candidats, n'est plus au programme.
Centrale 2009	Les formules de Taylor sont restituées avec peine et de manière approximative.
X-Cachan 2007	La simple application de la formule de Taylor-Lagrange s'est transformée en une catastrophe pour plus de la moitié des copies. [...] Beaucoup de candidats n'ont pas écrit correctement la formule de Taylor Lagrange ou ont carrément considéré que la série de Taylor convergerait sans plus de justifications.

Fonctions convexes

Navale 2005	Mention encore pour l'énième année consécutive que la convexité est une notion totalement ignorée : au mieux, il y a un très vague souvenir concernant le signe de la dérivée seconde. Il serait quand même souhaitable que la définition « géométrique » soit connue.
Mines 2004	Chez des candidats que l'on sélectionne pour pouvoir être de futurs ingénieurs, il est inquiétant de voir combien peu peuvent fournir un dessin pour montrer qu'ils ont compris qu'une fonction strictement convexe ne pouvait pas couper une droite plus de deux fois.
Centrale 2010	Il y a eu de nombreuses confusions quant à la convexité (une courbe plane est rarement une partie convexe...)

§ 2. Suites numériques

- Centrale 2001 L'étude classique d'une suite numérique est rarement conduite de façon efficace : est-ce parce qu'il s'agit d'une notion étudiée en première année ?
- Navale 2005-2007 L'étude de la monotonie d'une suite peut se faire en regardant la différence de deux termes consécutifs, et pas seulement leur rapport (qui oblige à des précautions).
- Centrale 2009 Les correcteurs ont remarqué tout particulièrement les erreurs suivantes, qui semblent poser des difficultés à la majorité des candidats. Il s'agit pourtant de questions de base relatives aux suites ou séries numériques, que les futurs candidats sont invités à approfondir :
1. si v_n tend vers L , alors $v_n = L$ à partir d'un certain rang ;
 2. si u_n est décroissante et minorée par 0, alors un converge vers 0 ;
 3. si $a_{n+1} - a_n$ tend vers 0, alors a_n converge ;
 4. si $a_{n+1} - a_n$ tend vers 0, alors a_n est une suite de Cauchy ;
 5. toute suite convergente d'entiers est monotone à partir d'un certain rang (énoncé non justifié) ;
 6. de nombreux candidats admettent sans justification le fait que la limite d'une suite d'entiers est un entier ;
 7. p_n tend vers l'infini et $q_n = n - p_n$ alors q_n tend vers l'infini ;
 8. si s est une application de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$ « vérifiant $\text{Ker } s = \{0\}$ », alors s est injective (cet énoncé n'a ici aucun sens puisque s n'est pas une application linéaire).
- Centrale 2004 [En présence d'une suite] décroissante et minorée par 0, beaucoup trop concluent immédiatement que cette suite converge vers 0.
- Centrale 1999 [Parmi les erreurs] commises par de très nombreux candidats : $u_{n+1} - u_n \rightarrow 0$ implique que u_n converge.

Suites récurrentes

- X-Cachan 2005 Parmi les points faibles fréquemment rencontrés, le jury note [...] un traitement parfois très laborieux des suites récurrentes, $u_{n+1} = f(u_n)$.
- École de l'air 2011 Nous tenons à rappeler que le programme de première année est au programme du concours. Les étudiants doivent savoir étudier une suite définie par $u_{n+1} = f(u_n)$.
- École de l'air 2010 [Parmi] les lacunes et erreurs les plus fréquentes [figure] l'étude des suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$.
- Navale 2003-2008 De nombreux candidats n'ont aucune initiative pour l'étude d'une suite du type $u_{n+1} = f(u_n)$ alors qu'un dessin donne presque la réponse.
- Saint-Cyr 2009-2011 Il apparaît fondamental d'inclure dans les révisions d'oral toutes les notions vues en première année et qui n'ont pas été reprises en deuxième année [comme] l'étude des suites récurrentes.
- Saint-Cyr 2005-2006 De nombreux exercices proposés utilisent des connaissances de première année, notamment [sur] les suites récurrentes.

Suites récurrentes linéaires

- Mines 2002 Certains candidats font un amalgame entre les connaissances sur les suites récurrentes et celles sur les équations différentielles linéaire, d'où certaines solutions délirantes. Certains ne savent que faire d'une racine double. La notion de suite arithmétique est bien mal connue.

Centrale 2005

Plusieurs candidats confondent les solutions des récurrences linéaires à deux termes à coefficients constants avec celles des équations différentielles de la même couleur. L'examinateur doit suggérer de regarder ce qui se passe dans le cas de relations de récurrence d'ordre 1.

§ 3. Séries numériques

Petites Mines

La terminologie mathématique doit être utilisée avec la plus grande rigueur par les candidats. Il vaut mieux, par exemple, éviter de dire que « la somme converge » au lieu de « la série est convergente ».

Généralités sur les séries numériques

Mines 2003-2004

On observe de nombreuses confusions sur différents concepts (suite/série/somme, intégrale/primitive). On entend ainsi que « la somme d'une série numérique croît ».

Mines 2001

[Il y a] des confusions de plus en plus regrettables [entre] série et somme.

Centrale 2004

Pour transformer un produit en somme trop peu de candidats pensent spontanément au logarithme.

INT 2011

Les études menées habituellement pour des séries entières créent des confusions lorsqu'il s'agit d'étudier des séries numériques.

Séries géométriques

CCP 2003

Le peu d'aisance avec les sommes géométriques [...] conduit parfois à un résultat du type $\sum_{n=0}^{+\infty} \gamma_n = S$ avec $\gamma > 0$ et $S < 0$ sans le moindre commentaire.

Centrale 2003

Les très diverses formulations permettant (théoriquement) de calculer une somme de termes d'une suite géométriques s'avèrent dans les faits assez peu efficaces. Peut-être serait-il préférable de savoir une bonne fois pour toutes ce que vaut $1+q+q^2+\dots+q^n$.

Petites Mines

Les séries géométriques ne sont pas toujours reconnues.

Séries exponentielles

E3A 2011

La série exponentielle est rarement reconnue.

Liens entre suites et séries

Centrale 2010

Les démonstrations élémentaires du cours sont oubliées : comment prouve-t-on que le terme général d'une série convergente converge vers 0 ?

Centrale 2004

Le rapport suite-série était nettement plus ignoré cette année que l'an dernier.

Limite du terme général d'une série

E3A 2011

L'hétérogénéité de certaines copies est très étonnante. Comment expliquer qu'un candidat pour qui « toute série dont le terme général converge vers 0 est convergente », applique correctement avec de bonnes majorations des théorèmes sophistiqués comme celui de dérivation des fonctions définies par une intégrale impropre.

CCP 2008

Des candidats [...] écrivent qu'une série converge parce que son terme général tend vers zéro.

CCP 2006

Il est clair que l'implication a_n ne tend pas vers zéro $\implies \sum a_n$ diverge n'arrive pas de suite dans beaucoup d'esprit.

Centrale 2005

Quand on demande de ramener l'étude de la convergence d'une suite à celle d'une série, nombreux sont ceux qui pensent qu'il faut prouver que la série converge pour en déduire que la suite tend vers 0.

École de l'air 2009 Pour certains la convergence vers 0 du terme général d'une série est une condition suffisante de convergence de la série.

Questions de convergence

CCP 2011 La convergence de $\sum_{k=1}^{3^p} a_k$ ne suffit pas pour affirmer que la série $\sum_{k \geq 1} a_k$ convergeait.

CCP 2008 La mauvaise maîtrise des o et des O est particulièrement mise en évidence lors de l'étude de la nature d'une série ou d'une intégrale généralisée (en particulier pour établir une divergence).

CCP 2007 La convergence des séries est assez souvent difficile à obtenir pour un candidat qui a des difficultés avec les notions d'équivalents, de O , de o et avec les développements limités les plus simples.

CCP 2006 La notion de série et le lien entre suite et série ne sont pas toujours évidents [et] on retrouve bien entendu les difficultés liées à l'utilisation des symboles o , O , $\sim$ et des développements limités.

Mines 2009 Le cours est assez bien connu (séries équivalentes), mais on observe un manque de méthode. Les candidats prennent souvent un équivalent (qu'ils composent) du terme général au lieu d'en établir un développement limité, dont le choix de l'ordre est maladroit.

Centrale 2009 [Certains candidats affirment que] si la série de terme général a_n converge, alors $a_n = O(1/n^2)$.

Centrale 2003 Certaines questions très simples (par exemple le fait que la série de terme général a_{n+1} converge si la série de terme général a_n converge) ont gêné un nombre considérable de candidats, ce qui est anormal.

Centrale 1999 [Parmi les erreurs] commises par de très nombreux candidats : utilisation du critère de d'Alembert pour les séries de Riemann, ce qui n'a aucune chance de marcher puisque ces séries convergent plus lentement que les séries géométriques.

Navale 2005-2007 L'obtention de majorants de termes généraux de séries par exemple semble souvent hors d'atteinte et il n'y a à vrai dire souvent aucune tentative sérieuse pour y arriver.

Petites Mines Les tests de convergence des séries numériques sont en général sous employés : outre le fait que les candidats étudient presque toujours la convergence, et rarement la divergence, ils ne savent pas tirer la quintessence des tests du programme.

Particularité des séries à termes positifs

Mines 2009 On oublie presque systématiquement que bon nombre de résultats du programme concernent des séries à termes généraux réels positifs.

Centrale 2001 Ce n'est pas parce que les sommes partielles d'une série sont bornées que celle-ci est convergente. [...] Cet argument [est suffisant uniquement lorsque] la série que l'on considère est à termes positifs, mais encore [faut-il] le dire.

Centrale 1999 Dans le cas d'une série divergente, le fait que la série des valeurs absolues diverge ne prouve rien en général, [sauf si] le terme général a un signe constant.

École de l'air 2010 Certains candidats utilisent les théorèmes de comparaison des séries à termes positifs sans avoir étudié le signe du terme général.

Série des carrés

Mines 2008 On écrit [que] la série des $|a_n|^2$ converge, parce que la série des $|a_n|$ converge, en raison de l'inégalité bien connue : $x \leq x^2$!

Centrale 1999 [Parmi les erreurs] commises par de très nombreux candidats : $\sum u_n^2$ converge implique que $\sum |u_n|$ converge.

Comparaison à une intégrale

Petites Mines

La comparaison des séries et des intégrales donne des résultats mitigés, irréguliers : la plupart ne pensent pas à faire un dessin, et n'ont aucune intuition des inégalités.

Séries alternées

Centrale 2009

Les démonstrations du cours semblent totalement oubliées [notamment le] critère spécial des séries alternées.

Conditions d'application du critère spécial

E3A 2003

[Pour montrer la convergence de $\sum (-1)^n \frac{\ln n}{\sqrt{n}}$,] 40 % des candidats méconnaissent le théorème spécial de convergence des séries alternées, et à peine 10 % des candidats prouvent que la suite $\frac{\ln n}{\sqrt{n}}$ est décroissante.

CCP 2008

Les correcteurs ont remarqués [que] beaucoup [de candidats] n'ont pas d'idées claires sur le théorème spécial des séries alternées, en particulier sur l'hypothèse concernant la décroissance de la valeur absolue du terme général.

CCP 2007

Signalons les automatismes mal adaptés de beaucoup de candidats [comme] le réflexe de prouver que toute série alternée est convergente (par exemple $\sum (-1)^n \frac{\gamma_n}{n!}$ alors que $\frac{\gamma_n}{n!}$ ne tend pas vers zéro).

CCP 2007

Pour obtenir la convergence de la série $\sum (-1)^{n+1} \int_0^1 x^n e^x dx$ les candidats invoquent le théorème des séries alternées mais souvent ils affirment sans justification que $\int_0^1 x^n e^x dx$ est décroissante.

Mines 2009

Notons qu'une série alternée ne vérifie pas toujours les hypothèses du critère spécial.

Mines 2000

Il y a une croyance très répandue selon laquelle toute série alternée a une somme de même signe que son premier terme ; la décroissance de la valeur absolue du terme général est en général ignorée ou non justifiée.

École de l'air 2009

Dans le critère spécial des séries alternées, la décroissance de la suite des valeurs absolues est omise.

Petites Mines

Dès qu'une série n'est pas à termes de signe constant, la plupart ne pensent qu'à la règle de convergence des séries alternées : l'absolue convergence devient une notion secondaire.

Conclusion complète du critère spécial

CCP 2007

Le théorème des séries alternées énoncé complètement [...] permettait d'obtenir l'inégalité $|\sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k!}| \leq \frac{1}{(n+1)!}$. [À la question de savoir si l'inégalité était stricte,] les candidats ont estimé que [c'était le cas,] mais la justification de cette affirmation a presque toujours été absente.

Mines 2007

Le critère des séries alternées est connu mais les encadrements des sommes partielles et reste d'une telle série le sont moins. L'étude des séries semi-convergentes qui ne vérifient pas ce critère est mal faite, en général. En particulier, l'utilisation d'un développement asymptotique n'est pas toujours connue.

Applications du critère spécial

E3A 2005

Le critère spécial des séries alternées [est utilisé] pour établir la convergence simple de la série de fonctions $\sum \varphi_n$, mais [peu] s'en servent pour signaler que $|\sum_{k=n+1}^{+\infty} \varphi'_k| \leq |\varphi'_{n+1}|$.

Séries de Bertrand

- E3A 2009 La série $\sum \frac{1}{n \ln^2 n}$ est généralement identifiée comme une série de Bertrand mais la preuve qu'elle converge n'est faite que par 5 % des candidats.
- CCP 2004 Les séries de Bertrand [c'est-à-dire $\sum \frac{1}{n^a \ln^b n}$] semblent très à la mode, les candidats y faisant très souvent allusion. Rappelons qu'il ne s'agit que d'un exercice et par suite une telle référence ne sera prise en compte qu'avec une démonstration.
- Centrale 2000 Si l'on peut admettre que la connaissance des intégrales et séries de Bertrand permette parfois d'aller un peu plus vite, on ne peut pas admettre (et donc on le sanctionnera !) que la méthode de démonstration en soit totalement ignorée.

Calcul approché

- Petites Mines Le calcul approché de la somme d'une série numérique est un exercice réservé aux meilleurs.

§ 4. Espaces vectoriels normés

Normes

- Mines 2010 Beaucoup de candidats ne connaissent pas la définition d'une norme. Nous avons accepté l'absence de mention sur la positivité de la norme, car celle-ci est une conséquence des autres axiomes [en effet, $0 = \|0\| = \|x + (-x)\| \leq \|x\| + \|-x\| = 2\|x\|$ donc $\|x\| \geq 0$]. En revanche, nous avons mis 0 point aux candidats ayant oublié la propriété de séparation, ou la pseudo-homogénéité, ou l'inégalité triangulaire. Certains écrivent que N est une application linéaire. D'autres écrivent que la norme d'un produit de matrices est égale au produit des normes. S'il en était ainsi, l'anneau des matrices serait intègre, ce qui est faux si n est supérieur ou égal à 2.
- Centrale 2010 L'importance de certaines hypothèses n'est pas comprise : [...] la définition de normes équivalentes devient dangereuse pour celui qui confond inégalité stricte et inégalité large.
- Centrale 2004 Signalons que la dérivée de $\|x(t)\|^2$ est égale à $2\|x(t)\|\|x'(t)\|$, pour une proportion importante de candidats.
- X-Cachan 2005 [À la question « Donner un exemple de norme matricielle sur $M_n(\mathbb{C})$ », certains choisissent une « norme » qui n'est pas positive, ou qui est quadratique (prendre $\text{tr}({}^t \bar{A} A)$ est une erreur récurrente).

Applications linéaire continues

- Mines 2010 Les caractérisations de la continuité des applications entre espaces vectoriels normés sont souvent mal connues.
- Centrale 2001 L'idée de norme d'une application linéaire est manifestement mal comprise de la très grande majorité des candidats.
- Centrale 1999 La notion de norme subordonnée en calcul matriciel est souvent indispensable pour l'étude des puissances ou des suites et séries de matrices ; si en dimension finie, toutes les normes sont équivalentes, le choix d'une norme adaptée au calcul est tout de même important.

Topologie

- Mines 2007 Il est désolant de voir écrit dans une proportion importante de copies le fait que $\mathbb{R}^n$ est compact.
- Centrale 2011 [Seuls] quelques candidats écrivent que l'ensemble Ω est compact comme image réciproque d'un singleton par une application continue.
- Centrale 2011 Pour les candidats affirmant qu'un fermé borné est compact, rappelons qu'il faut préciser que cet énoncé ne vaut que dans un espace vectoriel normé de dimension finie.
- Centrale 2011 Quelques candidats écrivent que l'ensemble Ω est compact comme image réciproque d'un singleton par une application continue.
- Centrale 2010 Une majorité de candidat méconnaît [la] topologie.
- Centrale 2010 Pour vérifier qu'une partie est fermée, il ne suffit pas de dire qu'elle n'est pas ouverte.
- Centrale 2010 L'image d'un fermé par une application continue n'est pas fermée en général.
- Centrale 2008 Les droites et les plans sont bornés pour près d'un candidat sur trois.
- Centrale 2000 Certains [...] n'ont parfois même pas compris ce qu'était exactement un ensemble convexe.

Suites de Cauchy

- X-Cachan 2005 Les trois quarts des candidats [ne connaissent pas] la définition d'une suite de Cauchy.
- X-Cachan 2005 Le critère de Cauchy entraîne la convergence [lorsqu'on est] en dimension finie.

§ 5. Suites et séries de fonctions

- Centrale 2010 L'importance de certaines hypothèses n'est pas comprise : le théorème d'approximation polynomiale de Weierstrass est faux sur un intervalle quelconque.

Confusion entre suite et séries de fonctions

- E3A 2011 Une des erreurs les plus fréquentes a été la confusion entre les séries de fonctions et les suites de fonctions.
- INT 2010 Des confusions apparaissent parfois entre suites et séries de fonctions.

Types de convergence

- ENSAM 2011 Des lacunes sont observées sur des sujets importants comme la convergence uniforme des séries.
- E3A 2011 Que dire de ceux, nombreux, qui disent que « $u_n(t)$ converge car équivalente à l'infini à $1/t^2$ » ?
- ENSAM 2010 Des lacunes sont observées sur des sujets importants comme la convergence uniforme des séries.
- E3A 2010 La convergence uniforme [est] manifestement [souvent] mal comprise.
- E3A 2005 Le critère spécial des séries alternées [est utilisé] pour établir la convergence simple de la série de fonctions $\sum \varphi_n$, mais [peu] s'en servent pour signaler que $|\sum_{k=n+1}^{+\infty} \varphi'_k| \leq |\varphi'_{n+1}|$.

E3A 2005	Les notions de convergence normale et uniforme d'une série de fonctions sont souvent mal comprises.
CCP 2008	De nombreux candidats parlent de convergence normale ou uniforme sans préciser sur quel ensemble et beaucoup écrivent que la convergence normale sur tout segment de $]0; +\infty[$ entraîne la convergence normale sur $]0; +\infty[$.
CCP 2004	On constate qu'il règne la plus grande confusion entre les divers types de convergence.
CCP 2010	[Les notions de] convergence uniforme, convergence normale [sont peu claires] dans l'esprit de nombreux candidats. [...] On entend assez souvent des étudiants affirmer que la convergence uniforme sur tout segment contenu dans un intervalle I , entraîne la convergence uniforme sur l'intervalle I .
CCP 2008	Concernant la convergence uniforme, de nombreux candidats pensent que la convergence uniforme sur tout segment contenu dans un intervalle I entraîne la convergence uniforme sur I .
Mines 2011	Les différents types de convergences sont très souvent mélangés. Il convient de différencier les convergences simple, uniforme et normale. Ces dernières notions n'ont par ailleurs aucun sens lorsqu'il s'agit de séries numériques.
Mines 2010	Les notions de convergences simple, uniforme ou normale sont en général mal maîtrisées.
Mines 2009	Ne pas connaître les notions de base telles que la définition de la convergence normale [est] inadmissible.
Mines 2008	Beaucoup de candidats ne maîtrisent pas la notion de convergence uniforme : on ne précise pas la variable, ni l'intervalle. [...] D'autres écrivent qu'une série de fonctions dont le terme général est majoré est normalement convergente.
Mines 2004	La convergence uniforme est si peu assimilée par la quasi totalité des candidats que même un cas [...] simple de convergence normale semble hors de leur portée.
Mines 2004	Certains, et ce ne sont pas les pires, loin de là, affirment que s'ils prouvent la convergence uniforme sur $]0; 1[$, cela prouvera la continuité à gauche en 1, ce qui dénote que leur sens de l'analyse est resté, disons, embryonnaire...
Mines 2008	[Rappelons que] la majoration classique du reste d'une série vérifiant le critère spécial des séries alternées permet de résoudre des problèmes de convergence uniforme pour des séries de fonctions.
Mines 1998	[Concernant] la convergence uniforme, on ne voit pas comment les réponses de la majorité auraient pu être pires si [cette notion] n'avait jamais été étudiée.
Centrale 2010	Certaines des techniques de base se perdent : les candidats ont du mal à obtenir avec rigueur les limites de suites ou de fonctions, ne pensent pas à factoriser le terme dominant, utilisent abusivement des arguments de croissances comparées.
Centrale 2008	Trop de candidats ignorent ce qu'est la convergence uniforme ; c'est pourtant l'un des points cruciaux du programme d'analyse.
Centrale 2007	On note un manque de précision dans l'utilisation de concepts aussi fondamentaux en Analyse que la convergence d'une suite de fonctions (plusieurs notions à distinguer).
Centrale 1999	La convergence uniforme sur tout segment inclus dans I n'entraîne pas la convergence uniforme sur I .
Centrale 1999	[Parmi les erreurs] commises par de très nombreux candidats : confusion fréquente entre convergence uniforme sur tout segment de $\mathbb{R}_+^*$ et sur $\mathbb{R}_+^*$ tout entier.
X-Cachan 2006	Trop de candidats ne sont pas à l'aise avec la convergence uniforme et oublient notamment l'importance de l'intervalle sur lequel cette convergence est considérée.

École de l'air 2011	Nous rappelons aussi que la convergence normale ou uniforme sur tout segment n'implique pas la convergence normale ou uniforme sur tout l'intervalle.
École de l'air 2009	L'écriture de la définition des différents types de convergence des suites et séries de fonctions est approximative.
École de l'air 2008	Confusion dans l'écriture de la définition des différents types de convergence des suites et séries de fonctions.
Navale 2010	[Parmi] les carences les plus fréquemment rencontrées, [notons] la méconnaissance des liens entre les différents modes de convergence des séries.
Navale 2008-2009	[Parmi] les points litigieux principaux qui sont toujours les mêmes : [...] brouillard opaque sur les différentes notions de convergence des suites de fonctions.
Navale 2005-2007	Les études de convergence de suites de fonctions sont souvent l'occasion d'une petite plongée en enfer. Il y a souvent mélange entre suites et séries, deux candidats sur trois parlent de convergence normale pour une suite de fonctions et ne se rendent compte qu'avec mauvaise grâce que la définition à laquelle ils arrivent est celle de la convergence uniforme.
Petites Mines	Quand on leur demande d'étudier la convergence uniforme d'une suite de fonctions, la plupart des candidats se limite à étudier la convergence simple, souvent en expliquant bien qu'ils n'étudient que la convergence simple, et qu'ils ne savent pas montrer la convergence uniforme. Peut-être faut-il voir dans la convergence uniforme une notion qui dépasse les capacités de beaucoup.

Régularité de la limite

E3A 2011	[Dans une des questions, il était demandé] l'énoncé d'un théorème de dérivabilité sous le signe somme. Toutes les versions étaient acceptées locale ou globale, avec des hypothèses plus ou moins fortes. Peu de candidats ont su donner un énoncé clair donnant toutes les hypothèses y compris celles sur les fonctions u_n .
E3A 2004	Très peu de candidats appliquent correctement les théorèmes de continuité et de dérivation d'une série de fonctions.
CCP 2006	Les correcteurs ont été surpris par [un] type de candidat [pouvant] affirmer qu'une somme (infinie) de fonctions continues est continue.
Mines 2008	Certains survolent les mathématiques, et écrivent des phrases du style : v est continue comme somme de fonctions continues, [alors que la somme est infinie].
Centrale 2007	[Certains candidats affirment] continue la somme d'une série de fonctions dès lors que la convergence uniforme a été prouvée, sans se préoccuper de la continuité de chacune des fonctions qui interviennent.
Mines 2008	L'application du théorème de dérivation terme à terme est un désastre. L'énoncé correct du théorème n'est pas connu. Il est courant que les candidats pensent qu'une série normalement convergente de fonctions dérivables est dérivable. Il est vrai que la plupart du temps, les candidats ne se posent même pas la question
Mines 2000	La justification de la dérivation terme à terme est souvent absente ou très superficielle.
Mines 1999	Le théorème de dérivabilité terme à terme d'une série de fonctions de classe C^1 n'est pas toujours bien su.
Centrale 2006	L'étude de la dérivabilité sous le signe somme n'a presque jamais été correctement traitée. [...] Le jury tient à rappeler qu'une rédaction impeccable de ce type de question – pour lesquelles il suffit de bien connaître les résultats du cours – rapporte des points en quantité appréciable.

Centrale 2004	Le théorème de dérivation des suites de fonctions n'est pas très bien maîtrisé : c'est un point fondamental du programme, que les candidats doivent connaître parfaitement.
Centrale 2000	[Parmi] les erreurs les plus fréquentes : l'utilisation erronée du théorème de dérivation sous le signe somme (il faut penser que, dans la domination, l'on a le droit de localiser par rapport au paramètre, mais pas par rapport à la variable d'intégration).
Centrale 1999	[Parmi les erreurs] commises par de très nombreux candidats : $s \mapsto u_n(x)$ continue ou dérivable pour tout n implique que $s \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} u_n(s)$ est continue ou dérivable.
X-Cachan 2005	le théorème de dérivation sous le signe somme est certainement le plus mal compris. La question où il fallait l'invoquer est (à peu près) bien traitée dans moins de 10 % des copies. La majorité des candidats n'ont simplement pas vu qu'il fallait l'utiliser et se sont contentés de calculs formels, et parmi ceux qui ont senti qu'il y avait une justification à faire, bien peu ont su trouver les bons arguments.
X-Cachan 2004	Le caractère local de la notion de continuité et de dérivabilité semble trop souvent ignoré, et beaucoup de candidats affirment sans ambages que la série entière $\sum \frac{x^n}{(n!)^2}$ converge uniformément sur tout $\mathbb{R}$, ce qui, en plus d'être grossièrement faux, n'est absolument pas indispensable.
Petites Mines	Comment expliquer qu'il soit quasiment impossible d'obtenir des énoncés corrects sur la dérivation et sur l'intégration des suites et séries de fonctions ?

Interversion entre limite et intégrale

E3A 2009	D'autres résultats vus en classe de Mathématiques Spéciales sont à peine maîtrisés, comme l'interversion limite-intégrale.
Mines 2010	Dire « par interversion des limites » n'est pas une démonstration.
Centrale 2003	Signalons que la recherche d'une limite ou d'un équivalent d'intégrale sont deux aspects d'une même problématique ce qui ne semble pas clair aux yeux des candidats.

Énoncé du théorème de convergence dominée

CCP 2010	[La notion de] convergence dominée [est peu claire] dans l'esprit de nombreux candidats.
CCP 2003	Les candidats semblent bloquer sur les gros théorèmes de convergence [comme le théorème de convergence dominée] qu'ils ne savent pas toujours utiliser à bon escient ; de plus dans ces théorèmes, il est très rare que les hypothèses soient citées correctement.
Mines 2011	Le théorème de convergence dominée semble en général à peu près connu.
Mines 2008	[Le] théorème de convergence dominée [est] souvent mal connu, et parfois inconnu des candidats [qui sont] souvent dans l'incapacité de l'énoncer et l'appliquer correctement.
Mines 2002	L'application du théorème de convergence dominée [...] pose des problèmes.
Centrale 2010	[Parmi les] théorèmes et formules qui ont posé des problèmes aux candidats qui devaient les énoncer et les utiliser : [...] le théorème de convergence dominée et ses conséquences.
INT 2011	Le théorème de convergence dominée est bien exploité.

Hypothèse de domination du théorème de convergence dominée

E3A 2006	30 % des candidats citent correctement le théorème de la convergence dominée mais la plupart d'entre eux n'arrivent pas à établir une hypothèse de domination permettant de conclure.
----------	---

- Mines 2009 Encore une fois, les théorèmes d'interversion séries/intégrales, de convergence dominée, sont assez bien connus, mais la démonstration de la domination soulève souvent des difficultés.
- Mines 2007 Le théorème de convergence dominée est connu mais son application pose des problèmes aux candidats (notamment l'aspect domination globale ou locale).
- Mines 2005 Relevons, erreur nouvelle et qui s'est répétée, le fait que de nombreux candidats sont convaincus, à tort, que dans le théorème de convergence dominée, le fait que la suite de fonctions soit « localement dominée » suffit pour conclure.
- Mines 2002 [Dans l'application du théorème de convergence dominée,] la clé [...] réside dans les propriétés de domination. Rappelons qu'il s'agit d'une propriété globale.
- Centrale 2000 [Parmi] les erreurs les plus fréquentes : l'utilisation erronée du théorème de convergence dominée (par exemple en n'établissant la domination que sur une partie de l'intervalle d'intégration).
- ENSEA-ENSIEE 2010 Pour le théorème de convergence dominée, [les candidats] établissent l'hypothèse de domination sans vérifier les autres exigences du théorème.

Utilisation de la convergence uniforme pour l'interversion limite-intégrale

- CCP 2008 Pour l'interversion entre limite et intégrale, le choix du candidat entre convergence dominée et convergence uniforme [sur un segment] semble souvent relevé du hasard plus que d'une réflexion.
- CCP 2007 Une erreur assez fréquente lors d'une tentative pour obtenir l'égalité

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{+\infty} f_n(x) dx = \int_0^{+\infty} \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) dx$$

est d'invoquer la convergence uniforme de la suite f_n sur $[0; +\infty[$. Cette erreur est souvent suivie de la tentative de convergence uniforme sur $[0; a[$ avec l'idée de faire ensuite tendre a vers $+\infty$.

- INT 2008 Une convergence uniforme sur un intervalle quelconque n'autorise pas l'interversion limite et intégrale.

Cas où le théorème de convergence dominée ne s'applique pas

- X-Cachan 2006 La grande efficacité du théorème de convergence dominée laisse certains candidats complètement désarmés lorsqu'il ne s'applique pas. Le réflexe d'introduire des paramètres auxiliaires pour effectuer des découpages d'intégrales adéquats n'est pas toujours bien acquis.

Interversion entre somme et intégrale

- E3A 2011 Presque toutes les copies font état de la nécessité de justifier l'interversion série-intégrale. [...] Deux possibilités s'offraient aux candidats soit utiliser la convergence uniforme soit appliquer le théorème d'interversion de type « Lebesgue ». Dans ce dernier cas, il manquait en général des hypothèses comme celle de la convergence de la série des intégrales.
- E3A 2006 Enfin, et nous le répétons chaque année, les hypothèses concernant l'interversion des signes somme/intégrale restent trop souvent inconnues ou très floues dans nombre de copies.
- E3A 2006 On rencontre cependant des difficultés importantes pour intervertir les signes somme/intégration lorsqu'il y a plusieurs variables (confusion sur les variables d'intégration t ou bien x).
- CCP 2011 Le candidat a beaucoup de mal s'il doit, par exemple, intégrer terme à terme une série de fonctions.

CCP 2004	Seuls 25 % des candidats ont répondu clairement à la question qui portait sur l'interversion série-intégrale.
Mines 2008	[Le] théorème d'intégration terme à terme [est] souvent mal connu, et parfois inconnu des candidats [qui sont] souvent dans l'incapacité de l'énoncer et l'appliquer correctement.
Mines 2002	Beaucoup de candidats permutent $\int$ et $\lim$ ou $\int$ et σ sans justification.
Centrale 2010	Le cours est restitué de manière très approximative : quelles sont les hypothèses permettant de dériver une série de fonctions, ou de permuter les symboles somme et intégrale ?
Centrale 2000	Les théorèmes d'interversion (limite, série, intégrale) sont évidemment à justifier avec soin.
Mines 2001	L'interversion entre sommation et intégration n'est pas toujours justifiée correctement.
X-Cachan 2004	[Certains candidats affirment] que la convergence uniforme à l'intérieur [du domaine] suffit pour inverser les opérations de sommation et de limite.
Navale 2008	La convergence normale est souvent évoquée pour intervertir somme et intégrale même sur des intervalles non bornés.

Cas d'une somme finie

Mines 2009	Certains utilisent des théorèmes très puissants pour justifier l'interversion de l'intégration et de la somme, alors qu'il s'agit d'une somme finie de fonctions.
Mines 2007	Certains candidats font de grands développements sur des séries qui convergeraient uniformément et sur la possibilité de pratiquer une intégration terme à terme, alors qu'il s'agit de sommes finies !

§ 6. Intégration

Généralités sur l'intégration

CCP 2011	Beaucoup de candidats rencontrent de sérieuses difficultés avec les calculs les plus simples [comme] un calcul d'intégrale.
Mines 2002	Beaucoup de candidats écrivent qu'une fonction positive ou nulle d'intégrale nulle est nulle sans préciser davantage.
Centrale 2011	Selon le programme, pour démontrer la stricte positivité d'une intégrale, il faut utiliser une hypothèse de continuité sur l'intégrante.
Centrale 2006	[Un défaut qui revient trop souvent est de] penser que la dérivation est une opération régulière. En fait c'est l'opération contraire, l'intégration, qui l'est. La dérivation ne conserve pratiquement aucune propriété de fonctions.
Centrale 2004	Pour ramener l'étude asymptotique d'une intégrale du type $\int_{a_n}^{b_n} f_n(x) dx$ à celle d'une intégrale à bornes fixes, la méthode obtenue doit privilégier l'objectif qui est de stabiliser asymptotiquement la fonction intégrée ; pour ce faire on a l'impression que les candidats ne connaissent rien d'autre que le changement de variable.

Intégration par parties

CCP 2003	La valeur obtenue pour $\int_{\mathbb{R}_+} e^{-t} \varphi(t) dt$ [est la plupart du temps] exacte mais avec une justification de l'intégration par partie souvent absente ¹ .
----------	---

1. Rappelons qu'il faut toujours se ramener à des bornes finies avant de faire une intégration par parties.

Centrale 2011	Selon le programme, une intégration par parties doit impérativement être réalisée sur un segment — quitte à faire ensuite converger les bornes de l'intégrale vers des limites appropriées si besoin, cette dernière opération devant être soigneusement justifiée.
Centrale 2011	Il peut être astucieux, lors d'une intégration par parties, de choisir la fonction $t \mapsto t - C$ avec une constante C appropriée comme primitive de la fonction constante $t \mapsto 1$.
Centrale 2007	De façon générale les énoncés du cours sont relativement mal compris et mal mis en oeuvre. Même pour des notions simples comme l'intégration par parties on trouve des candidats qui énoncent le résultat pour les fonctions continues par morceaux mais qui donnent ce résultat par la formule habituelle, valable dans le cas continu.
École de l'air 2010	Les candidats effectuent des intégrations par parties sur des intervalles quelconques alors que cette méthode n'est valable que sur les segments.
INT 2008	Les hypothèses nécessaires à une intégration par parties [...] doivent être précisées.
Petites Mines	L'intégration par parties est faite au hasard.

Changement de variable

CCP 2004	Concernant le changement de variables, le mot « difféomorphisme » semble commode pour masquer de réelles ignorances.
Mines 2011	[Parmi] les points visiblement mal assimilés : la notion de C^1 -difféomorphisme.
Mines 2009	On voit encore souvent des changements de variables mal faits (bornes inchangées).
Centrale 1999	On ne pose pas $x = \varphi(t)$ pour calculer une intégrale sans vérifier au préalable quelques hypothèses sur φ .
X-Cachan 2004	Trop peu de candidats semblent comprendre comment (et pourquoi !) on peut faire un changement de variable : le mot « difféomorphisme » est invoqué comme un mantra, le caractère C^1 du changement de variable n'est presque jamais vérifié. [...] Les (trop peu nombreux) candidats qui ont pris la peine d'écrire correctement $u = \varphi(x)$ ou $x = \psi(u)$ et de montrer proprement que φ ou ψ était C^1 sur le bon intervalle ont été récompensés.
INT 2008	Les hypothèses nécessaires à [un] changement de variable doivent être précisées.
Petites Mines	Les changements de variables donnent lieu à des confusions (bornes erronées).

Intégrales généralisées

Mines 1999	Une mauvaise pratique du calcul et un manque de bon sens conduisent des candidats à affirmer que $\int_0^{+\infty} \frac{x^n}{2^x} dx$ (intégrale d'une fonction positive sur $\mathbb{R}_+$) vaut $(-1)^n \frac{n!}{(\ln 2)^{n+1}}$, ce qui n'est pas admissible.
------------	--

Définition d'une fonction intégrable

Mines 2010	Nous soulignerons surtout la très mauvaise interprétation par un grand nombre de candidats de la notion de convergence d'une intégrale à l'infini, qui conduit à un excès de mauvaises copies.
Mines 2003-2004	On observe de nombreuses confusions sur différents concepts (suite/série/somme, intégrale/primitive). On entend ainsi que « f est intégrable en 0 ».
Mines 2001	Les candidats parlent à longueur de temps de l'intégrabilité d'une fonction en un point, il nous semble pourtant que la notion est globale...

- Centrale 2009 Certaines définitions sont mal connues [notamment celle d'une] fonction intégrable.
- Centrale 2006 [Un défaut qui revient trop souvent est de] ne pas préciser le cadre de travail : la fonction est intégrable... sur quel domaine ?
- Centrale 2001 Les théorèmes généraux sur l'intégrabilité sont en général connus, les définitions le sont beaucoup moins !
- Centrale 1999 La *définition* de l'intégrabilité est très rarement connue de façon correcte.

Importance de la continuité par morceaux

- Centrale 2000 [Parmi] les erreurs les plus fréquentes : oublier systématiquement les arguments donnant l'intégrabilité locale des fonctions (la continuité par exemple) ; ce n'est pas suffisant d'être dominé par une fonction intégrable pour être intégrable ; il faut savoir que l'on manipule une fonction mesurable. Cette notion n'est pas au programme, mais ce que l'on doit vérifier dans le cadre strict du programme est – par exemple – la continuité (ou la continuité par morceaux) de l'intégrande.
- ENSEA-ENSIEE 2010 Pour les intégrales impropres, la plupart des candidats se précipitent sur ce qui se passe aux bornes, sans étudier la continuité par morceaux.
- INT 2010 L'étude de l'intégrabilité sur un intervalle ne se fait très souvent qu'aux bornes de l'intervalle.

Problème de l'étude aux bornes

- Mines 2002 [Dans l'intégrale $\int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$,] certains n'ont pas vu le problème en 0.
- INT 2011 L'intégrabilité sur un intervalle n'est souvent étudiée qu'aux bornes.

Idées fausses sur l'intégrabilité

- CCP 2011 Trop de candidats justifient l'existence de l'intégrale impropre par l'inégalité $|\int_0^{+\infty} f(t) e^{ixt} dt| \leq M \int_0^{+\infty} |f(t)| dt$.
- CCP 2004 [Certains candidats] écrivent « $t \mapsto \frac{1}{t^2}$ est intégrable sur $\mathbb{R}_+^*$ ».
- Mines 2011 [Parmi] les points visiblement mal assimilés : [...] la convergence en $+\infty$ d'une intégrale généralisée (qui entraîne pour la majorité $\lim f(x) = 0$).
- Mines 2010 Nous avons droit à un florilège d'absurdités telles que : [...] une fonction constante (non nulle) est intégrable sur $\mathbb{R}$.
- Mines 1998 Quelques uns croient même qu'une fonction continue sur $]0; 1[$ y est toujours intégrable.
- Centrale 2011 Trop de candidats n'ont pas compris qu'une fonction de la forme $t \mapsto t^x$ n'est **jamais** intégrable sur $\mathbb{R}_+^*$.
- Centrale 2008 De nombreux candidats affirment [...] qu'une fonction bornée sur $[0; +\infty[$ y est intégrable.

Lien entre intégrabilité et limite à l'infini

- CCP 2005 La surprise est grande de voir des candidats [affirmer] que f est intégrable sur $\mathbb{R}_+$ car f tend vers zéro à l'infini.
- Mines 2010 Nous avons droit à un florilège d'absurdités telles que : [...] une fonction tendant vers 0 en est intégrable.
- Centrale 2010 Contrairement à une idée qui semble répandue, il y a des fonctions intégrables sur $[0; +\infty[$ qui ne sont pas négligeables au voisinage de $+\infty$ devant $t \mapsto 1/t^2$; il y en a même qui ne tendent pas vers 0 en $+\infty$.

École de l'air 2008-2009 Il est inutile d'inventer des propriétés fausses pour les besoins d'une démonstration, par exemple : « Si une fonction est intégrable sur $[0; +\infty[$, alors elle admet une limite en $+\infty$. . . »

Produits de fonctions intégrables

Mines 2010 Nous avons droit à un florilège d'absurdités telles que : [...] le produit de 2 fonctions intégrables est intégrable.

Mines 1998 Beaucoup affirment qu'un produit de fonctions intégrables est intégrable.

École de l'air 2008 Il faut éviter d'inventer des théorèmes faux pour les besoins d'une démonstration : « Le produit de deux fonctions intégrales est intégrable ».

Étude de l'intégrabilité de fonctions

CCP 2004 Ces questions ont fait apparaître que la caractérisation de l'intégrabilité des fonctions positives par la majoration de leurs intégrales sur des segments n'est pas chose acquise.

CCP 2005 Une mauvaise maîtrise des notions de comparaison des fonctions (les o et les O) handicape bon nombre de candidats devant une question de nature de série numérique ou d'intégrabilité de fonction.

Mines 2009 Les raisonnements de limites sont escamotés ou maltraités ou, au mieux, « rédigés à l'envers ». Ainsi, par exemple, pour démontrer la convergence d'une intégrale, on utilise cette intégrale.

Mines 2009 Dans le théorème invoqué pour justifier la convergence d'une intégrale généralisée exploitant un équivalent, l'argument de positivité est presque systématiquement oublié.

Mines 2006 La règle de convergence de Riemann pour les intégrales généralisées n'a pas toujours été correctement appliquée.

Mines 2002 Il faut [toujours] d'abord justifier l'existence des intégrales considérées.

Centrale 2009 Les notions de petit o , grand O , équivalent, ne sont pas réellement maîtrisées ; il en résulte des prestations très faibles où le candidat ne dépasse pas le stade des préliminaires, par exemple dans l'étude d'une intégrale impropre.

Centrale 2007 On note un manque de précision dans l'utilisation de concepts aussi fondamentaux en Analyse que [...] l'intégrabilité d'une fonction (comparer, intégrer, transformer l'intégrale?).

Centrale 2004 Pour prouver que la fonction $x \mapsto \int_0^x \frac{t \sin(t+t^2)}{1+t^3} dt$ possède une limite en $+\infty$ on se contente d'un « truc technique » du genre « on majore par un $O(1/t^2)$ » sans identifier clairement la problématique, de sorte qu'on se trouve incapable d'aborder la deuxième question qui généralise la première, puisqu'on n'est même pas conscient du problème qu'on est supposé avoir précédemment résolu.

Centrale 2000 [Parmi] les erreurs les plus fréquentes : croire que $1/t^2$ est intégrable sur $\mathbb{R}_+$.

X-Cachan 2007 La justification et la manipulation des intégrales généralisées s'est avérée [problématique] dans de nombreuses copies ; [on a ainsi] pu voir fleurir des expressions du type $\int_0^x dt/t$...

Intégrabilité en une borne différente de 0 et de $+\infty$

CCP 2007 Les difficultés avec les notions d'équivalents, de O , de o et avec les développements limités les plus simples [...] sont mises en évidence lors de l'étude de la nature d'une intégrale généralisée avec pour beaucoup de candidats une espèce de panique lorsque la borne à étudier n'est ni 0 ni $+\infty$.

CCP 2004

Curieusement des candidats, très à l'aise [...] pour établir l'intégrabilité sur $\mathbb{R}_+^*$, se trouvent en grande difficulté pour le même problème sur $]0; 1[$; nombre d'entre eux n'hésitant pas à affirmer : « f étant continue sur $]0; 1[$, elle est intégrable sur tout $[a; b]$ inclus dans $]0; 1[$ donc elle est intégrable sur $]0; 1[$ ».

Intégrales à paramètre

Problèmes de vocabulaire

Mines 2003-2004

On observe de nombreuses confusions sur différents concepts (suite/série/somme, intégrale/primitive). On entend ainsi « qu'une intégrale est dérivable ».

Connaissance des théorèmes

E3A 2011

les théorèmes de continuité et de dérivabilité des fonctions définies par des intégrales sont connus et généralement bien appliqués malgré des dominations parfois fantaisistes. Il eut été souhaitable que cela fût aussi le cas pour le théorème de convergence normale des séries de Fourier et aussi ceux de changement de variables dans les intégrales impropres.

Mines 2011

Les théorèmes relatifs aux intégrales à paramètres sont globalement bien maîtrisés, cependant certains candidats passent sous silence des hypothèses essentielles lorsqu'elles leur paraissent trop évidentes. Il est nécessaire de citer entièrement les théorèmes utilisés.

Mines 2007

Beaucoup de candidats ne sont pas capables d'énoncer des conditions suffisantes de dérivabilité d'une intégrale fonction d'un paramètre, ou s'ils les énoncent, de les vérifier concrètement sur un exemple. [Par exemple :]
– ils majorent le module de la fonction, au lieu du module de la dérivée ;
– ils majorent le module de la fonction, ou le module de la dérivée par une fonction dépendant du paramètre ;
– dans une forte proportion, ils n'imaginent même pas que la dérivée sous une intégrale est soumise à des justifications.

Mines 2002

L'application [des théorèmes sur] les intégrales dépendant d'un paramètre (continuité, dérivabilité) pose des problèmes.

Mines 2001

Les candidats connaissent mal les théorèmes sur les intégrales dépendant d'un paramètre.

Mines 2000

Les énoncés sur les hypothèses des théorèmes sur la convergence dominée et des intégrales à paramètres ne sont pas toujours très précis.

Centrale 2011

Dans les questions portant sur la régularité des intégrales à paramètres, les candidats oublient trop souvent certaines hypothèses, et tout particulièrement celle de domination.

Centrale 2006

La continuité des intégrales dépendant d'un paramètre est mal comprise par de trop nombreux candidats – notamment la condition de domination. [...] Le jury tient à rappeler qu'une rédaction impeccable de ce type de question – pour lesquelles il suffit de bien connaître les résultats du cours – rapporte des points en quantité appréciable.

École de l'air 2011

Les théorèmes de continuité et de dérivation sous le signe somme et intégrale sont encore connus de façon trop approximative par les candidats. Rappelons que l'hypothèse de domination est primordiale. D'autre part, lorsque la domination est impossible sur l'intervalle tout entier le candidat doit proposer de lui-même de passer à un segment inclus dans cet intervalle.

École de l'air 2008

Les hypothèses [du] théorème de dérivation des intégrales dépendant d'un paramètre [...] ne pas connues.

Caractère local de la domination

- CCP 2010 L'assimilation du fait que la domination locale peut être suffisante pour une étude d'intégrale à paramètre, n'est pas très répandue et il en résulte de nombreux blocages.
- Mines 2010 [Il n'est pas toujours possible de] se contenter d'une domination sur $\mathbb{R}$, il est [parfois] essentiel d'introduire une domination *locale* « sur les segments ».
- Mines 2008 [Rappelons que] les théorèmes de continuité ou de dérivabilité des fonctions définies par des intégrales dépendant d'un paramètre requièrent des hypothèses de domination, au moins locales.
- École de l'air 2011 Lorsque la domination est impossible sur l'intervalle tout entier le candidat doit proposer de lui-même de passer à un segment inclus dans cet intervalle.

Confusion entre intégrales à paramètres et intégrables fonctions d'une borne

- CCP 2003 $\int_0^x \mu(t) \cos t dt$ [a souvent été] traitée comme une intégrale à paramètre.
- Centrale 2003 Les intégrales dépendant d'un paramètre ont manifestement été beaucoup travaillées. Cependant, il n'est pas rare de voir de grosses confusions entre les résultats concernant les intégrales de la forme $\int_a^b f(t, x) dt$ et celles de la forme $\int_a^x f(t) dt$.

Interversion d'intégrales

- Centrale 2003 De nombreux candidats évoquent le théorème de Fubini (interversion de l'ordre des intégrations dans une intégrale double) sans aucun rappel ou vérifications des hypothèses du théorème.

§ 7. Équations différentielles

- Mines 2002 Le lien entre les solutions de l'équation complète et de l'équation homogène est souvent inexplicé.
- Centrale 2008 Au sujet du raccordement de solutions d'une équation différentielle, [souvent] on obtient les calculs sans les raisonnements.
- Centrale 2004 Incapacité totale à prouver qu'une fonction y de classe C^1 , qui vérifie, sur un intervalle I , une relation du type $y'(x) = f(y(x))$ avec $f \in C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ est également C^∞ sur I ; c'est pourtant de la récursion de base.
- Centrale 1999 Nous acceptons des candidats qu'ils utilisent l'exponentielle de la matrice A pour résoudre le système différentiel $X'(t) = AX(t)$, mais encore faut-il le faire correctement, et ne pas écrire ses solutions sous la forme $C \exp(tA)$, avec le vecteur C à gauche!
- INT 2008 Les parties du programme les moins solidement acquises restent la géométrie classique et différentielle, les équations et systèmes différentiels.

Équations différentielles linéaires du premier ou du second ordre

- CCP 2007 Chercher la [solution] sous forme de somme d'une série entière est un procédé bien lourd pour une équation différentielle linéaire du premier ordre.

Difficulté avec les équations différentielles linéaires

- E3A 2011 La résolution de l'équation différentielle $(x^2 - 1)y' + (\lambda - nx)y = 0$ reste trop approximative pour une majorité de candidats, constatation déjà évoquée ces dernières années.

- E3A 2007 Seuls 35 % des candidats donnent les solutions réelles de $y'' - 2y' + 2y = 0$.
- E3A 2006 Il est étonnant de constater qu'encore beaucoup d'étudiants de deuxième année de CPGE ne connaissent pas les résultats élémentaires sur les équations différentielles linéaires du second ordre avec ou sans second membre.
- E3A 2004 Le Jury considère qu'il est INADMISSIBLE que de nombreux élèves de Mathématiques Spéciales ne sachent pas résoudre une équation différentielle ordinaire linéaire du premier ordre ou du second ordre homogène à coefficients constants.
- CCP 2008 Tous les interrogateurs ont signalé des faiblesses (d'ordre technique) concernant les équations différentielles linéaires (avec en particulier celles à coefficients constants).
- CCP 2006 Il faut regretter aussi qu'autant de candidats soient en difficulté devant une équation différentielle du 2ème ordre à coefficients constants.
- CCP 2005 [Il y a] de grosses difficultés pour la résolution des équations différentielles, même à coefficients constants.
- CCP 2004 Concernant les équations différentielles, les candidats sont assez en difficulté devant les plus simples d'entre elles (linéaires du 1er ou 2ème ordre).
- CCP 2003 [Parmi] les sujets élémentaires qui bloquent un candidat, [citons] les équations différentielles linéaires (du 1er et du 2ème ordre).
- Centrale 2005 Ne pas essayer de résoudre une équation différentielle du second ordre à coefficients non constants par la méthode de l'équation caractéristique.
- École de l'air 2011-2010 La résolution des équations différentielles linéaires du premier ordre est rarement traitée rigoureusement (absence d'intervalles de définition, constante additive au lieu d'être multiplicative, ...).
- Saint-Cyr 2009-2011 Il apparaît fondamental d'inclure dans les révisions d'oral toutes les notions vues en première année et qui n'ont pas été reprises en deuxième année [comme les] équations différentielles linéaires.

Confusion avec les suites récurrentes linéaires

- Mines 2002 Certains candidats font un amalgame entre les connaissances sur les suites récurrentes et celles sur les équations différentielles linéaire, d'où certaines solutions délirantes. Certains ne savent que faire d'une racine double. La notion de suite arithmétique est bien mal connue.
- Centrale 2005 Plusieurs candidats confondent les solutions des récurrences linéaires à deux termes à coefficients constants avec celles des équations différentielles de la même couleur. L'examineur doit suggérer de regarder ce qui se passe dans le cas de relations de récurrence d'ordre 1.

Recherche de solutions particulières

- E3A 2007 [Seuls] 20 % des candidats déterminent une solution particulière de $y'' - 2y' + 2y = \cos x$.
- Mines 2002 La méthode de variation des constantes est trop souvent employée [pour résoudre $-y'' + y = e^{\alpha x}$], alors qu'elle est inadaptée ici. Les cas $\alpha = 1$ et $\alpha = -1$ sont souvent non traités, et même pas évoqués, alors que $\alpha^2 - 1$ figure au dénominateur dans le résultat.
- Centrale 2006 Pour les équations du type $y'' + ay' + by = e^{ct}$, il est souvent utile de se souvenir qu'il faut chercher des solutions particulières du type te^{ct} lorsque c est racine simple de l'équation caractéristique, et du type t^2e^{ct} lorsque c en est une racine double.
- Centrale 2004 De façon générale, les sujets en rapport avec la physique sont traités sans considération pour leur origine. [Des] candidats PSI utilisent la variation des constantes pour résoudre $x'' + x = \cos(2t)$.

Structure de l'espace des solutions

- CCP 2006 Les correcteurs ont été surpris par le nombre important de candidats [...] qui sont dans le même temps ignorant de notions fondamentales comme [...] la structure d'une équation différentielle linéaire du premier ordre.
- Centrale 2010 [Parmi les] théorèmes et formules qui ont posé des problèmes aux candidats qui devaient les énoncer et les utiliser : [...] théorème de structure de l'ensemble des solutions d'une équation linéaire.

Équations différentielles dépendant d'un paramètre

- Mines 2003 [Pour résoudre $-y'' + \alpha y = 0$, on a souvent vu] l'équation caractéristique fautive $-r^2 + \alpha r = 0$ [ou] l'équation caractéristique juste mais [les] racines fausses.
- Centrale 2007 Un élève sérieux doit savoir résoudre sans hésitation ni erreur les équations différentielles linéaires les plus simples, comme $x' = ax$ ou $x'' = kx$ en distinguant, pour le deuxième exemple, les cas correspondant à $k > 0$, $k < 0$ et $k = 0$.
- Centrale 2004 La moindre discussion est un cauchemar pour les candidats tant la distinction entre variable globale et locale a un problème est confuse. Par exemple on cherchait les λ tels que l'équation $(1 - x^2)y''(x) - 2xy'(x) + \lambda y(x) = 0$ possédait une solution développable en série entière sur $\mathbb{R}$. La discussion amenait à s'intéresser aux λ de la forme $n^2 + n$, $n \in \mathbb{N}$; mais à la vue de la relation $n^2 + n - \lambda = 0$ presque tous les candidats ont oublié complètement la question posée et résolu cette relation en n .
- Centrale 2004 On rappelle [que], pour discuter une équation différentielle du type $x'' + \lambda x = 0$ suivant le signe de λ , il peut être utile de poser $\lambda = \pm\omega^2$.

Existence de solutions sinusoïdales

- Mines 1998 Il est navrant de voir ceux arrivant faussement à l'équation $16z'' - z = 0$ conclure sans sourciller à l'existence de solutions sinusoïdales au lieu de profiter d'une lecture attentive de l'énoncé pour se corriger. Une telle absence de recul critique a été sévèrement sanctionnée.

Méthode de la variation des constantes

- Centrale 2005 Ne pas appliquer la méthode de variation de la constante à une équation différentielle sans préciser qu'elle est linéaire.

Mauvaise maîtrise de la variation des constantes

- E3A 2006 Si la résolution de l'équation homogène associée ne pose en général pas trop de problème, trop peu de candidats arrivent au bout de la méthode de la variation de la constante pour résoudre $y' - y = g'(x)$.
- CCP 2011 Les candidats ont éprouvé des difficultés avec les méthodes de résolution d'une équation différentielle linéaire du second ordre, les méthodes de variation des constantes ou d'une constante semblaient lointaines.
- CCP 2010 Plus d'un candidat s'est trouvé gêné face à une équation différentielle linéaire, [souvent] par oubli des méthodes de variation de la (ou des) constante.
- CCP 2009 La méthode de variation des constantes pour les équations différentielles linéaires du deuxième ordre apparaît souvent au candidat comme une recette dont il ne se sert pas toujours avec bonheur.
- CCP 2005 [Il y a] une faiblesse en particulier pour l'utilisation de la méthode de variations des constantes.
- CCP 2003 Les équations différentielles ont fait l'objet de nombreuses remarques des interrogateurs. Les candidats sont souvent en difficultés sur des équations très simples. La méthode de variation de la constante (au 1er ordre) et celle des constantes (au 2ème ordre) ne semblent pas claires dans tous les esprits.

Mines 2009	La méthode de variation des constantes est rarement mise en oeuvre. Il y a un manque cruel de connaissances et de pratique.
Centrale 2004	La variation des constantes [est] trop souvent ignorée.
Centrale 2001	La méthode de variation des constantes pour une équation différentielle du second ordre est presque totalement inconnue.
INT 2011	La méthode de variation des constantes est mal connue.
Saint-Cyr 2007-2008	La méthode de variation de la constante pour la résolution des équations différentielles linéaires doit être connue.

Manque de recul sur la variation des constantes

CCP 2007	La méthode de variation des constantes pour la résolution d'une équation différentielle du deuxième ordre n'est en général pas très bien assimilée car apprise par coeur comme une recette.
CCP 2006	En ce qui concerne les équations différentielles du deuxième ordre, les candidats ont des difficultés avec la méthode de variation des constantes qu'ils ont apprise par coeur, ils appliquent d'ailleurs cette méthode même lorsqu'une solution est évidente.
CCP 2004	La méthode de variation des constantes perturbe plus d'un candidat : soit elle est inconnue, soit le résultat est retenu par coeur.
Mines 2011	En ce qui concerne les équations différentielles du second ordre, la méthode de variation des constantes est rarement comprise, c'est regrettable.
Mines 2010	La méthode dite de « variation de la (ou des) constante(s) » apparaît toujours comme une recette bien mystérieuse : elle s'applique de façon obscure et automatique. Il est définitivement illusoire de la part de l'examineur, d'obtenir quelque explication ou justification. Les étudiants reproduisent des calculs sans lien logique et s'étonnent même quand l'examineur sollicite un éclaircissement sur la démarche utilisée.
Mines 2009	Aucun candidat ne peut expliquer proprement ce qu'il fait lorsqu'il exploite la méthode dite de « la variation de la constante » : celle-ci semble condamnée à demeurer une obscure « petite cuisine ».
Mines 2007	Pour les équations différentielles linéaires, la méthode de variation des constantes est mieux connue mais elle est appliquée comme une recette de cuisine sans savoir d'où elle provient.

Problèmes de mise en oeuvre de la variation des constantes

Centrale 2008	La méthode de variation de la constante est souvent très mal utilisée : plusieurs candidats oublient de multiplier la valeurs de la constante par la solution de l'équation homogène.
INT 2010	La méthode de variation des constantes pour une équation différentielle linéaire du second ordre avec second membre est mieux connue mais les calculs sur les nombres complexes arrêtent certains candidats.

Cas où la variation des constantes est inadaptée

CCP 2006	[Les candidats] appliquent [la méthode de variation des constantes] même lorsqu'une solution est évidente.
Mines 2011	En ce qui concerne les équations différentielles du second ordre, la méthode de variation des constantes est rarement comprise, c'est regrettable. D'autre part, il existe des méthodes plus efficaces lorsque le second membre est produit d'un polynôme et d'une exponentielle.
Mines 2002	La méthode de variation des constantes est trop souvent employée [pour résoudre $-y'' + y = e^{\alpha x}$], alors qu'elle est inadaptée ici. Les cas $\alpha = 1$ et $\alpha = -1$ sont souvent non traités, et même pas évoqués, alors que $\alpha^2 - 1$ figure au dénominateur dans le résultat.

Centrale 2004 De façon générale, les sujets en rapport avec la physique sont traités sans considération pour leur origine. [Des] candidats PSI utilisent la variation des constantes pour résoudre $x'' + x = \cos(2t)$.

Théorème de Cauchy-Lipschitz

Mauvaise connaissance du théorème de Cauchy-Lipschitz

- E3A 2010 Le pauvre « Cauchy-Lipschitz » n'a pas eu beaucoup de succès.
- E3A 2007 Le théorème de Cauchy-Lipschitz pour les équations différentielles (cas linéaire) est peu connu et n'est pas compris. 5 % des candidats l'invoquent à bon escient.
- Mines 2011 Les différentes versions du théorème de Cauchy-Lipschitz ont des hypothèses qu'il n'est pas superflu de citer.
- Mines 2010 Mentionnons ici que le théorème de Cauchy-Lipschitz, comme tous les théorèmes qui figurent au programme, possède des hypothèses. Or, celles-ci ne sont pas, dans la pratique, satisfaites systématiquement. On ne peut donc l'invoquer en toute circonstance sans précaution élémentaire.
- Mines 2009 Les candidats invoquent souvent le théorème de Cauchy-Lipschitz, ou plus exactement sa conclusion, beaucoup plus rarement ses hypothèses.
- Mines 2009 Le théorème de Cauchy-Lipschitz est très souvent cité mais ses hypothèses et conclusions précises sont mal connues (en particulier, la notion de solution maximale est mal comprise).
- Mines 2000 Au chapitre équations différentielles, les techniques de résolutions sont connues, l'aspect théorique (théorème de Cauchy-Lipchitz et surtout la notion de wronskien) beaucoup moins.
- Centrale 2010 Le théorème de Cauchy-Lipschitz est souvent cité, mais rarement connu.
- Centrale 2010 Les théorèmes de Cauchy linéaires et non linéaires sont mal connus et mal compris.
- Centrale 2010 [Parmi les] théorèmes et formules qui ont posé des problèmes aux candidats qui devaient les énoncer et les utiliser : théorème de Cauchy.
- Centrale 2010 Une majorité de candidat méconnaît [le] théorème de Cauchy-Lipschitz. [...] Il n'est presque jamais énoncé de façon correcte (moins de 20 % des copies).
- Centrale 2009 Voici également une liste de quelques thèmes particuliers qui posent très souvent des problèmes : [...] les équations différentielles non linéaires, en particulier le théorème d'existence et d'unicité dans le cas du problème de Cauchy.
- Centrale 2003 Les équations différentielles non linéaires, les systèmes autonomes et les questions de cours sur le théorème de Cauchy-Lipschitz ont anéanti la majorité des candidats qui y ont été confrontés et qui n'ont manifestement pas fait le moindre exercice sur ce sujet. C'est d'autant plus regrettable [qu'elles] sont très utiles aux étudiants de cette filière.
- Centrale 1999 Équations différentielles : plusieurs théorèmes de Cauchy-Lipschitz sont au programme, bien savoir les distinguer.
- X-Cachan 2003 L'usage [...] du théorème de Cauchy-Lipschitz [est] plus incantatoire que rationnel.
- Saint-Cyr 2007-2008 Les hypothèses précises du théorème de Cauchy [doivent] être connues.

Manque de recul sur le théorème de Cauchy-Lipschitz

- Centrale 2007 On note un manque de précision dans l'utilisation de concepts aussi fondamentaux en Analyse que [...] le domaine de validité pour la solution d'une équation différentielle (dans le cas non linéaire ce domaine dépend du point de départ donné dans le plan et pas seulement de l'abscisse de ce point).

X-Cachan 2004

Le théorème de Cauchy-Lipschitz (fondamental !), souvent mentionné, mais fréquemment avec des hypothèses incomplètes ou défectueuses et avec des conséquences erronées ; son sens (voire son interprétation géométrique dans un cas simple) échappe à la grande majorité des candidats. [...] Il importe non de le citer rituellement pour plaire à l'examinateur, mais de comprendre ce qu'il nous apprend sur l'équation différentielle étudiée.

Cas où il n'y a pas de conditions initiales

CCP 2006

[Dans l'esprit de certains candidats,] une équation différentielle du premier ordre comme $y' - y = f$ (sans condition initiale) doit avoir une solution unique.

Cas de conditions aux limites au lieu de conditions initiales

Mines 2003

[Pour l'équation $-y'' + \alpha y = 0$ avec les conditions aux limites $y(0) = y(1) = 0$,] certains candidats ont invoqué le théorème de Cauchy-Lipschitz, sans en donner l'énoncé, et concluaient, confondant conditions initiales et conditions aux limites à l'unicité de la solution, à savoir $y = 0$ puis trouvaient, dans le cas où $\alpha < 0$ une solution non nulle, sans être inquiétés par cette contradiction ; cela fait penser à cette boutade de Bertrand Russell : « les mathématiques sont une science où l'on ne sait jamais de quoi l'on parle ni si ce que l'on dit est vrai ». [...] Il est clair que, si des candidats avaient énoncé in extenso le théorème de Cauchy-Lipschitz ils se seraient probablement rendus compte de la différence entre conditions initiales et conditions aux limites.

Mines 2002

Le problème de Cauchy pour les équations différentielles est mal maîtrisé. Une nouvelle notion semble avoir vu le jour : la notion d'analogie. Elle permet de résoudre des problèmes en appliquant des théorèmes que l'on peut appliquer dans des situations semblables. Exemples d'applications : $y'' + y = f$, $y'(0) = a$, $y'(1) = b$ est assimilable à un problème de Cauchy, ce qui permet d'appliquer le théorème de Cauchy-Lipschitz.

Équations à coefficient dominant qui s'annule

Mines 2001

Pour $xy'' + (1-x)y' - y = 0$, certains invoquent le théorème de Cauchy-Lipschitz, alors que précisément, il ne s'applique pas, car le coefficient de y'' s'annule en 0.

Mines 1998

[Parmi les points qui posent problème :] le théorème de Cauchy pour l'existence et l'unicité des solutions d'une équation différentielle lorsque celle-ci est donnée sous la forme $a(t)x'(t) + b(t)x(t) = c(t)$.

Wronskien

Mines 2000

Au chapitre équations différentielles, les techniques de résolutions sont connues, l'aspect théorique (théorème de Cauchy-Lipchitz et surtout la notion de wronskien) beaucoup moins.

Mines 1999

La notion de Wronskien, explicitement au programme, semble méconnue, de même que son intérêt dans la théorie des équations différentielles linéaires.

Centrale 2004

La notion de Wronskien [est] trop souvent ignorée.

Centrale 2008

La condition d'indépendance des solutions d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2 est souvent mal comprise.

Solutions maximales, équations non linéaires

Centrale 2010

La notion de solution maximale d'une équation différentielle n'est pas bien comprise.

Centrale 2004 Pour prouver que l'intervalle $I =]a; b[$, de définition d'une solution maximale [notée φ], vérifiait $b = +\infty$ on amenait les candidats à raisonner par l'absurde en choisissant $c \in I$ et en prouvant [que φ' était bornée] sur $J =]c; b[$ de manière à prouver l'intégrabilité [de φ' sur] J et prolonger [ainsi φ] à $]a; b[$. Malheureusement trop de candidats ignorent que I est ouvert.

X-Cachan 2006 Plusieurs candidats paraissent tellement déstabilisés par la simple considération d'une équation différentielle non linéaire qu'ils n'arrivent pas à répondre aux questions les plus élémentaires. Trop de candidats témoignent qu'ils n'ont aucune notion, même vague, sur ces équations.

Méthode d'Euler

Saint-Cyr 2010-2011 L'exercice de calcul formel est souvent une question de cours déguisée comme par exemple : décomposer une fonction en série de Fourier, appliquer le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, développer la méthode d'Euler pour la résolution approchée d'une équation différentielle.

§ 8. Séries entières

Navale 2004 Trouver la valeur en 0 d'une série entière a été plusieurs fois un problème quasiment insurmontable.

Mines 2004 Les correcteurs sont parfois effarés de la proportion des candidats qui témoignent d'une incompréhension profonde de certaines parties de leur programme. Que dire de tous ceux qui après des semaines d'étude des séries nous affirment que la somme d'une série entière est C^∞ car c'est un polynôme ?

Convergence d'une série entière

Mines 2004 Les théorèmes de convergence liés aux séries entières ne sont pas encore complètement maîtrisés.

Centrale 2002 Questions liées à la convergence (simple, absolue, uniforme, normale) des séries entières : nombreuses confusions !

Navale 2008-2009 [Parmi] les points litigieux principaux qui sont toujours les mêmes : [...] brouillard opaque sur [...] la convergence des séries entières.

Convergence au bord

CCP 2008 Être au bord du disque de convergence d'une série entière ne semble poser aucun problème !!

CCP 2008 Pour étudier l'ensemble de définition d'une fonction définie comme somme d'une série entière, nombreux sont les candidats qui se contentent de chercher le rayon de convergence (est-ce de la précipitation ?)

Mines 2007 Il faut se rappeler qu'une série entière ne converge pas obligatoirement uniformément sur son disque de convergence.

Mines 2001 [Il y a] des confusions de plus en plus regrettables [entre] rayon de convergence et domaine de convergence.

Centrale 2003 Plusieurs candidats croient qu'une série entière converge uniformément sur [...] son cercle de convergence.

Convergence uniforme ou normale des séries entières

- CCP 2006 Beaucoup de candidats [font] une étude de série de fonctions avec souvent des affirmations fausses, par exemple : « si R est le rayon de convergence, la série entière converge normalement sur $] -R; R[$ ».
- Centrale 2004 La question de cours : « propriétés des séries entières sur l'intervalle ouvert de convergence » donne bien entendu lieu à la confusion habituelle entre convergence uniforme et convergence normale sur tout segment.
- Centrale 2003 Plusieurs candidats croient qu'une série entière converge uniformément sur son disque ouvert de convergence, ou encore sur son cercle de convergence.
- Centrale 2003 Signalons que, pour la majorité des étudiants interrogés : « La somme d'une série entière est C^∞ sur l'intervalle ouvert de convergence parce qu'elle y converge normalement ». De fait nombre d'exercices sur les séries entières ont tourné en questions de cours, exemples, contre-exemples et preuves des résultats du programme.
- Centrale 1999 Une série entière de rayon de convergence R ne converge pas uniformément sur $] -R; R[$.
- X-Cachan 2007 Beaucoup de candidats ont imprudemment affirmé [...] que « toute série entière converge normalement sur son disque ouvert de convergence »...
- X-Cachan 2006 La croyance que la convergence d'une série entière est nécessairement uniforme sur son disque de convergence est une erreur fréquente.
- INT 2008 La convergence d'une série entière n'est pas nécessairement uniforme sur le disque ouvert de convergence.
- Saint-Cyr 2007-2008 En citant les théorèmes les candidats doivent éviter certains « raccourcis » douteux du genre « il y a convergence uniforme sur le rayon ».

Régularité des sommes de séries entières

- CCP 2006 Beaucoup de candidats n'ont pas compris que lorsqu'ils ont trouvé le rayon de convergence ils ont immédiatement (d'après le cours!!) le caractère C^∞ de la somme, si bien qu'ils repartent dans une étude de série de fonctions avec souvent des affirmations fausses, par exemple : « si R est le rayon de convergence, la série entière converge normalement sur $] -R; R[$ ».
- Mines 2006 [Quand on l'utilise, il faut] rappeler le théorème de dérivation terme à terme des séries entières.
- Centrale 2004 La question « pourquoi peut on dériver une série entière terme à terme dans l'intervalle ouvert de convergence ? » a été un très bon test de maîtrise du cours.
- Centrale 2003 Signalons que, pour la majorité des étudiants interrogés : « La somme d'une série entière est C^∞ sur l'intervalle ouvert de convergence parce qu'elle y converge normalement ». De fait nombre d'exercices sur les séries entières ont tourné en questions de cours, exemples, contre-exemples et preuves des résultats du programme.
- INT 2008 La somme d'une série entière est indéfiniment dérivable sur l'intervalle ouvert de convergence.

Développement en série entière

- Mines 2009 Quatre candidats sur cinq écrivent qu'une fonction indéfiniment dérivable est développable en série entière, ce qui est désolant.
- Mines 2009 Un candidat sur cinq environ utilise un résultat sur la composition des fonctions développables en série entière, qui ne figure aucunement dans le programme.

- Mines 2009 [Pour montrer que $x \mapsto e^{-(x-t)^2}$ est développable en série entière sur $\mathbb{R}$,] très peu de candidats ont l'idée de transformer la fonction en un produit de fonctions exponentielles qui sont toutes développables en série entière sur $\mathbb{R}$, ce qui a pour conséquence que le produit l'est également.
- Mines 2000 Une grande proportion de candidats est persuadée que toute fonction de classe C^∞ est développable en série entière !
- Centrale 2010 Les démonstrations élémentaires du cours sont oubliées : [...] d'où vient l'unicité du développement en série entière ?
- Centrale 2010 Trop de candidats justifient [qu'une fonction] est développable en série entière par le fait qu'elle est indéfiniment différentiable.
- Centrale 2008 Plusieurs candidats oublient de mentionner explicitement l'unicité du développement en série entière.
- Centrale 2005 Une fonction de classe C^∞ n'est pas forcément développable en série entière (exemple: $f(x) = e^{1/x}$ si $x < 0$ et $f(x) = 0$ si $x \geq 0$).
- Centrale 2005 Plusieurs candidats pensent que l'unicité du développement d'une fonction en série entière dans un voisinage de 0 provient de « la liberté de la famille (x^n) ».

Rayon de convergence

- Mines 2011 En dehors de la définition du rayon de convergence d'une série entière et de la règle de D'Alembert, des critères simples permettant de minorer ou majorer le rayon de convergence sont à connaître.
- Mines 2001 [Il y a] des confusions de plus en plus regrettables [entre] rayon de convergence et domaine de convergence.
- Mines 2000 Certains candidats n'ont pas compris la notion de rayon de convergence d'une série entière.
- Mines 1999 Les connaissances de base sur les encadrements du rayon de convergence d'une série entière $\sum b_n x^n$ sont indispensables. [Il faut savoir montrer que $R = \ln 2$ à partir de $\frac{1}{2(\ln 2)^n} \leq b_n \leq \frac{1}{(\ln 2)^n}$.] Certains ont donné une argumentation fautive, en affirmant que les encadrements de b_n assuraient que $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_{n+1}/b_n = \frac{1}{\ln 2}$!
- Centrale 2010 On constate des progrès sur quelques notions auparavant malmenées (définition du rayon de convergence d'une série entière).
- Centrale 2009 Certaines définitions sont mal connues [comme celle du] rayon de convergence.
- Centrale 2008 De nombreuses copies proposent la formule $\min(1, 1/a)$ comme rayon de convergence [...] bien que a puisse être négatif.
- INT 2011 La définition elle-même du rayon de convergence est très difficilement donnée.

Rayon de convergence de la dérivée

- Centrale 2009 Les démonstrations du cours semblent totalement oubliées [comme le] rayon de convergence de la série entière dérivée.
- Centrale 2008 Une majorité écrasante de candidats oublie que les rayons de convergence d'une série entière et de sa série dérivée sont égaux

Règle de d'Alembert

- CCP 2007 Signalons les automatismes mal adaptés de beaucoup de candidats [comme] l'utilisation systématique du critère de d'Alembert pour la recherche du rayon de convergence d'une série entière.

CCP 2007	Les séries entières ne sont bien connues que par les bons candidats ; la recherche du rayon de convergence se révélant difficile lorsque « d'Alembert » ne s'applique pas.
CCP 2006	Le secteur particulier des séries entières est difficile, d'une part la recherche du rayon de convergence ne semble possible que « par la règle de d'Alembert » et d'autre part les propriétés de la somme sont connues de façon assez vague.
CCP 2003	En ce qui concerne la détermination du rayon de convergence d'une série entière si une formule apprise par coeur (« D'Alembert ») ne s'applique pas, alors tout est perdu !
Mines 2009	L'emploi de la règle de d'Alembert est systématiquement privilégié même lorsque celui-ci se révèle impossible. On observe des méconnaissances ou idées fausses sur les types de convergence (convergence uniforme sur le disque ouvert, par exemple). Le lien entre une série entière complexe et des séries trigonométriques est inconnu.
Mines 2008	[Rappelons que] la règle de d'Alembert n'est ni la définition du rayon de convergence d'une série entière, ni un moyen universel de déterminer ledit rayon.
Mines 2007	Les candidats privilégient toujours l'utilisation de la règle de d'Alembert pour déterminer le rayon de convergence d'une série entière alors que cela s'avère, dans le cas des séries lacunaires, impossible au premier abord. Les développements en série entière de fonctions usuelles ne sont pas toujours connus.
Mines 2004	Le critère de d'Alembert pour la détermination du rayon de convergence reste un « must » impérissable. Il est pourtant plus facile d'utiliser le lemme d'Abel dans la plupart des cas demandés.
Mines 2004	Une idée fautive et solidement ancrée dans la tête de beaucoup de candidats consiste à croire que tout rayon de convergence demandé dans un problème de concours est égal à 1, quelle que soit la série donnée.
Mines 2002	Le rayon de convergence d'une série entière semble pour beaucoup être défini par la règle de d'Alembert.
Mines 2002	Naturellement, le mot clé pour l'étude [des] séries $\sum (\prod_{k=1}^n f(\frac{1}{k}))x^n$ est « critère de d'Alembert » et son usage était ici très efficace. Cet usage nécessite cependant certaines précautions, la principale étant de s'assurer que les coefficients de la série ne s'annulent pas. [Ici,] si l'un des nombres $f(1/n)$ est nul, alors le rayon est infini [car] les coefficients sont tous nuls à partir d'un certain rang et la série est un polynôme.
Mines 2001	Il ne suffit pas d'écrire que R est infini d'après la règle de d'Alembert sans aucun calcul ni commentaire.
Mines 2000	Au chapitre des séries entières, la définition du rayon de convergence est toujours aussi peu précise et ne parlons pas du calcul dudit rayon lorsque la règle de d'Alembert échoue.
Mines 1999	Existe-t-il d'autres moyens que la règle de d'Alembert pour déterminer le rayon de convergence d'une série entière ? Peu de personnes savent d'ailleurs définir précisément cette dernière notion. . .
Mines 1998	Le calcul du rayon de convergence d'une série entière lorsqu'on ne peut appliquer le lemme de d'Alembert [pose problème].
Centrale 2009	La règle de d'Alembert continue de faire des ravages : les candidats n'en vérifient pas les hypothèses, et l'appliquent ainsi à tort et à travers.
Centrale 2008	La notion de rayon de convergence d'une série entière n'est globalement pas maîtrisée : définition et caractérisations oubliées, recours systématique à la règle de d'Alembert.
Centrale 2008	Il semble que, pour étudier le rayon de convergence d'une série entière, les candidats pensent exclusivement à la règle de d'Alembert. Ce n'est pas toujours judicieux, [par exemple si le terme général est] somme de deux séries géométriques.

- Centrale 2004 Le théorème de d'Alembert a fait ses ravages habituels d'autant que, dans la plupart des exercices proposés, il était nettement préférable de déterminer séparément les rayons de convergence des deux séries de rangs pairs et impairs puis de faire la synthèse mais, pour cela, encore fallait-il connaître précisément la définition du rayon de convergence ce qui était rarement le cas.
- Centrale 2003 Plusieurs erreurs grossières [comme] l'utilisation de la règle de d'Alembert comme condition nécessaire et suffisante de convergence.
- Centrale 2003 Plusieurs candidats affirment que le rayon de convergence de la série entière de coefficients a_n est donné par la limite de a_n/a_{n+1} .
- Centrale 2003 Dans 80 % des cas, la détermination du rayon de convergence ne relève que du très populaire « critère de d'Alembert », alors que cet outil ne s'applique finalement qu'à assez peu de séries en dehors des exercices adaptés ! Peu de candidats donnent une définition précise et cohérente dudit rayon de convergence ; certains arment même « avoir vu deux définitions du rayon de convergence » sans pouvoir prouver leur équivalence. Beaucoup de candidats sont incapables de dire quoi que ce soit sur le rayon de convergence de $\sum a_n z^n$ à partir d'une majoration de la forme $a_n = O(K^n)$ et n'ont aucune idée de l'égalité des rayons de $\sum a_n z^n$ et $\sum |a_n| z^n$. Il est vrai que, dans ces deux situations, leur « critère de d'Alembert » n'est guère utilisable.
- INT 2010 Notons quelques maladroites sur les séries numériques ou les séries entières : ainsi, le critère D'Alembert est utilisé comme s'il fournissait une condition nécessaire et suffisante de convergence.
- INT 2008 Pour déterminer le rayon de convergence d'une série entière, il n'est pas toujours judicieux d'utiliser le critère de d'Alembert.

§ 9. Séries de Fourier

- ENSAM 2010-2011 Des lacunes sont observées sur des sujets importants comme les séries de Fourier.
- Mines 2009 Le lien qui peut exister entre les notions de développement en série de Fourier et série entière [est souvent ignoré].
- X-Cachan 2006 Les candidats ont paru dans l'ensemble moins à l'aise avec les séries de Fourier que les années précédentes.
- Mines 2007 Certains pensent qu'une fonction 2π -périodique a nécessairement une intégrale nulle sur un segment de longueur 2π !
- Mines 2000 Une proportion surprenante de candidats est convaincue qu'une fonction 2π -périodique a une intégrale nulle sur le segment $[0; 2\pi]$!
- Mines 2000 La dérivation terme à terme de la série de Fourier est très souvent employée, et à peu près jamais justifiée.

Fonctions régulières par morceaux

- E3A 2006 Il est dommage que trop de candidats aient bâclé l'étude sommaire de la courbe proposée au début du problème car cela leur aurait permis, comme c'était le but, de visualiser correctement le caractère C^1 par morceaux de la fonction dont on calculait les coefficients de Fourier. Cette notion reste d'ailleurs très floue dans beaucoup de copies.
- GCP 2010 [La notion de] fonction de classe C^1 par morceaux [est peu claire] dans l'esprit de nombreux candidats.
- Mines 2010 La notion d'application continue (respectivement de classe C^p) par morceaux est très mal perçue.

Centrale 2006 [Un défaut qui revient trop souvent est de] ne pas préciser le cadre de travail : la fonction est continue par morceaux. . . sur quoi ? La notion est différente selon que l'intervalle est un segment ou non.

Coefficients de Fourier

E3A 2006 Le calcul des coefficients de Fourier pour les fonctions T -périodiques n'est pas maîtrisé. Certains étudiants tentent de se ramener aux fonctions 2π -périodiques, avec plus ou moins de bonheur.

E3A 2004 Le jury regrette l'absence de maîtrise sur de nombreux sujets fondamentaux comme les raisonnements simples liés à la parité, les calculs de coefficients de séries de Fourier.

Mines 2011 À propos des séries de Fourier, [...] lors des calculs, il n'est pas toujours judicieux de calculer les coefficients réels.

Mines 2010 Que signifie [...] la phrase : « il y a unicité des coefficients de Fourier » ? Dans cet ordre d'idée : « le seul résultat apparaissant au programme est l'injectivité de l'application qui, à une application continue 2π -périodique, associe la suite de ses coefficients de Fourier ».

Mines 2009 [Les candidats privilégiés] trop l'utilisation des coefficients réels au détriment des coefficients exponentiels.

Mines 2009 Contrairement à ce que l'on entend fréquemment, le cours ne recèle aucun résultat sur « l'unicité du développement en séries trigonométriques ».

Mines 2009 Dans les calculs des coefficients des séries de Fourier [d'une fonction 1-périodique], les correcteurs ne se sont pas étonnés de ne pas voir les bonnes constantes de normalisation (les élèves ayant l'habitude d'utiliser seulement les fonctions 2π -périodiques). Cela n'altérant pas le résultat demandé, aucune sanction n'a été appliquée.

Mines 2002 Le théorème de Dirichlet est su, mais que d'erreurs dans les calculs des coefficients de Fourier.

Centrale 2008 En analyse les examinateurs sont surpris des erreurs commises par certains candidats sous l'effet du stress de l'interrogation. C'est ainsi que [...] les coefficients $c_n(f)$ de Fourier d'une fonction f sont majorés par la norme uniforme de f multipliée par une intégrale de e^{it} . . .

Centrale 2004 Les coefficients complexes sont trop peu utilisés.

Mines 2003 Le calcul des coefficients de Fourier [de $t \mapsto t(1-x)$ si $0 \leq t \leq x$ et $t \mapsto x(1-t)$ si $x \leq t \leq 1$ prolongée par imparité sur $[-1; 1]$] s'est révélé hors de portée pour un nombre important de candidats qui se sont laissés emporter dans un torrent de calculs et ont abouti à des résultats faux.

Mines 2003 Quelques candidats ont trouvé que a_n est différent de zéro, alors que la fonction considérée est impaire.

Théorèmes de convergence

E3A 2011 Le théorème de convergence normale des séries de Fourier [est mal connu et mal appliqué].

E3A 2010 Le théorème de Dirichlet est souvent amputé d'une de ses hypothèses.

E3A 2007 20 % des candidats citent correctement le théorème de la convergence normale d'une série de Fourier ou le théorème de Dirichlet

E3A 2006 Le théorème de Dirichlet est souvent connu approximativement (quand il l'est) surtout au niveau de ses hypothèses.

CCP 2008	De nombreux candidats sont incapables de donner les hypothèses permettant l'application du théorème de Dirichlet.
Mines 2011	Il est indispensable de connaître avec précision les différentes versions du théorème de Dirichlet.
Mines 2010	On observe toujours les mêmes confusions sur les hypothèses des théorèmes développabilité en série de Fourier.
Mines 2009	Les théorèmes de convergence et la formule de Parseval paraissent assez bien connus. Toutefois, les hypothèses des trois théorèmes au programme sont parfois mélangées quand on demande de les citer (certains candidats les négligent allégrement...).
Mines 2008	Certains affirment : « u est continue, donc sa série de Fourier converge normalement vers elle ».
Centrale 2004	Dans l'énoncé du théorème de Dirichlet, certains pensent que l'hypothèse $f(x) = \frac{1}{2}f(x_+) + \frac{1}{2}f(x_-)$ est nécessaire à la convergence de la série.
École de l'air 2009	Dans les théorèmes de convergence des séries de Fourier, l'hypothèse C^1 par morceaux est remplacée par continue par morceaux.
INT 2010	Les théorèmes de convergence ponctuelle des séries de Fourier ne sont pas bien restitués.
Mines 2003	Le théorème de Dirichlet est généralement énoncé de manière correcte [mais] il reste encore des candidats ignorant les hypothèses exactes de ce théorème.
Mines 2002	Le théorème de Dirichlet [...] a souvent été mal énoncé. Rappelons [que] la continuité par morceaux, et même la continuité tout court, n'est pas suffisante pour assurer la convergence simple de la série de Fourier. La bonne hypothèse est C^1 par morceaux, mais là, si la fonction n'est pas continue, [...] il ne saurait y avoir de convergence uniforme.
Mines 2000	Seulement un candidat sur deux connaît un énoncé exact permettant de justifier l'égalité entre f et la somme de sa série de Fourier.
Centrale 2003	Plusieurs candidats croient que la convergence en moyenne quadratique de la [série de Fourier, donnée par théorème de Parseval,] coïncide avec la convergence uniforme – certains vont même au bout de cette logique en affirmant que les normes $\ \cdot\ _2$ et $\ \cdot\ _\infty$ sont équivalentes.

Formule de Parseval

E3A 2006	Les hypothèses du théorème de Parseval sont très rarement données.
CCP 2003	Nous déplorons encore une fois les justifications « légères » ou absentes et une formule de Parseval très incertaine.
Mines 2009	Les théorèmes de convergence et la formule de Parseval paraissent assez bien connus. Toutefois, les hypothèses des trois théorèmes au programme sont parfois mélangées quand on demande de les citer (certains candidats les négligent allégrement...).
Mines 2008	[La] formule de Parseval [est] souvent mal connue, et parfois inconnue des candidats [qui sont] souvent dans l'incapacité de l'énoncer et l'appliquer correctement.
Centrale 2004	L'importance du théorème de Parseval est souvent ignorée.
X-Cachan 2007	Comme les années précédentes, le jury a noté un manque d'aisance sur les séries de Fourier avec notamment de nombreuses erreurs dans le théorème de Parseval.
Centrale 2001	Il serait souhaitable que les candidats prennent conscience du fait que la norme dans laquelle on considère le problème de l'approximation d'une fonction par sa série

de Fourier correspond à des théorèmes divers et est à l'origine de résultats tout à fait différents. [Pour la norme L2, il faut], utiliser l'égalité de Parseval.

X-Cachan 2008

La formule de Parseval [doit pouvoir être citée] sous forme polarisée.

§ 10. Fonctions de plusieurs variables

- CCP 2009 Le secteur des fonctions de plusieurs variables est très redouté par les candidats, même pour des exercices assez simples.
- Mines 2007 Le chapitre consacré aux fonctions de plusieurs variables (calcul différentiel, intégrales doubles, etc.) est trop souvent négligé.
- Centrale 2011 Une majorité de candidats restent très mal à l'aise avec le calcul différentiel à plusieurs variables.
- Centrale 2009 Voici également une liste de quelques thèmes particuliers qui posent très souvent des problèmes : [...] les fonctions de plusieurs variables, avec les questions topologiques associées.
- Centrale 2010 Une majorité de candidat méconnaît [le] calcul différentiel à plusieurs variables.

Calcul différentiel en plusieurs variables

- Mines 2000 Le calcul différentiel et intégral à plusieurs variables reste catastrophique : continuité, notion de matrice jacobienne, caractérisation des C^1 -difféomorphismes parmi les applications injectives de classe C^1 , changement de variable dans les intégrales doubles, leur calcul, ... tout ce chapitre est peu ou mal connu. Cette remarque avait déjà été faite les années précédentes.
- Mines 1999 Le calcul différentiel et intégral à plusieurs variables est souvent catastrophique, certains candidats ignorant même jusqu'à la définition de la matrice Jacobienne d'une application. La caractérisation des C^1 -difféomorphismes parmi les applications injectives de classe C^1 est alors difficile, de même que l'application du théorème de changement de variable dans les intégrales doubles.

Limites de fonctions de plusieurs variables

- Mines 2009 [En calcul différentiel,] la rédaction est souvent très discutable et ouvre la porte à des erreurs de raisonnement. On confond ainsi fréquemment une fonction et ses fonctions partielles. Que signifie en particulier « la limite de $f(x, y)$ lorsque x et y tendent vers l'infini » ?

Continuité de fonctions de plusieurs variables

- Mines 2007 Il est désolant de voir écrit dans une proportion importante de copies le fait que $\mathbb{R}^n$ est compact. Ainsi, on affirme que toute fonction définie et continue sur $\mathbb{R}^n$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$ est bornée et atteint ses bornes.
- Centrale 2002 D'assez nombreuses erreurs sur [la] continuité des fonctions de plusieurs variables.
- Centrale 2001 La continuité des fonctions de plusieurs variables est souvent confondue avec la continuité des applications partielles.
- Centrale 2000 La continuité des fonctions de plusieurs variables est souvent confondue avec la continuité des applications partielles.
- Centrale 1999 Fonctions de plusieurs variables : confusion entre continuité et continuité des applications partielles, distribution aléatoire des hypothèses dans l'énoncé des théorèmes sur les extrema (« C^0 sur un compact » et « C^1 sur un ouvert » ne sont pas interchangeables).

X-Cachan 2008 La continuité ou le caractère C^1 en deux variables ne sont pratiquement jamais prouvés par un argument de composition, et donc en pratique presque jamais justifiés correctement.

Différentielles et dérivées partielles

E3A 2009 De trop nombreuses erreurs de dérivation subsistent en particulier de dérivations partielles [pourtant] importantes [pour le reste de l'épreuve].

Mines 2010 En général, les notions de limite, de dérivée partielle et de différentielle en un point, d'une fonction de deux variables, ne sont pas bien maîtrisées.

Mines 2009 Calculer la valeur d'une dérivée partielle en un point revient toujours à calculer la valeur d'une dérivée d'une fonction d'une seule variable en un point.

Mines 2009 [En calcul différentiel,] la rédaction est souvent très discutable et ouvre la porte à des erreurs de raisonnement. [...] Parfois, on dérive partiellement pour justifier a posteriori que la fonction est de classe C^1 ... Que penser de « f est dérivable car elle est C^∞ » ?

Centrale 2001 La justification de l'existence de dérivées partielles, premières ou secondes, est rarement exposée de façon correcte.

X-Cachan 2007 Le calcul différentiel est au mieux mal maîtrisé ; de nombreux candidats ne connaissent pas la définition d'une différentielle et pour les autres il serait souhaitable qu'ils connaissent la différentielle de la norme euclidienne.

INT 2008 Le calcul des dérivées partielles conduit à des confusions avec les fonctions d'une variable.

Différentiabilité de fonctions composées

Mines 2002 On recense des maladroites dans l'utilisation de la matrice Jacobienne pour le calcul des dérivées partielles d'une composée.

Centrale 2010 Le théorème de différentiation des fonctions composées [est] source de difficulté.

Centrale 2009 Dans le chapitre sur les fonctions de plusieurs variables, la dérivation en chaîne n'est pas maîtrisée.

Centrale 2007 De façon générale les énoncés du cours sont relativement mal compris et mal mis en oeuvre. [Par exemple,] pour les dérivées successives de fonctions de plusieurs variables, qui sont parfois des fonctions composées.

Centrale 2004 Quasiment personne n'a été capable d'exprimer la dérivée de $f(m(t))$ en fonction de $\text{grad}(f)(m(t))$ et dm/dt alors que les physiciens l'utilisent couramment.

X-Cachan 2003 Souvent les candidats ne justifient pas $\frac{d}{dt} \text{tr} L = \text{tr} \frac{dL}{dt}$.

Jacobien et matrice jacobienne

Mines 2002 La caractérisation des C^1 -difféomorphismes parmi les applications injectives à l'aide du Jacobien est méconnu.

Centrale 2010 Plus de 90 % des candidats n'ont pas compris la notion de matrice jacobienne.

Problèmes d'extremums

Mines 2004 Le théorème (et, en particulier, ses hypothèses précises) utilisé lors de la recherche des extrema éventuels d'une fonction de plusieurs variables n'est jamais cité ; les candidats utilisent fréquemment les formulations « petit voisinage » ou « très proche de... » dénuées de tout sens et évoquent « le sens de variation » ou le « changement de signe des dérivées partielles » d'une telle fonction.

Mines 2002	Pour les fonctions de plusieurs variables, on note des confusions entre extrema et points critiques.
Centrale 2011	Les candidats ont bien compris qu'il y a un lien entre extrémum local d'une fonction de plusieurs variables et annulation de ses dérivées partielles, mais oublient trop souvent de préciser que cet énoncé ne vaut que sur un ouvert.
Centrale 2010	Les hypothèses topologiques des théorèmes sur les extremums [sont] sources de difficultés.
Centrale 2009	Dans le chapitre sur les fonctions de plusieurs variables, [...] afin d'étudier un extremum, on recherche systématiquement les points critiques, même si le domaine proposé ne comporte aucun point intérieur.
Centrale 2007	On note un manque de précision dans l'utilisation de concepts aussi fondamentaux en Analyse que [...] les extremums éventuels d'une fonction à valeurs réelles (extremum local ou global ? condition nécessaire ou suffisante ? existence ?).
Centrale 2004	Rares sont les candidats qui songent à justifier l'existence d'un extremum global par continuité-compacité.
INT 2008	Un point critique n'est pas forcément un point extrêmeal ; l'étude des points extrémaux ne se limite pas à la recherche des points critiques.

Formes différentielles

Centrale 2010	Le cours est restitué de manière très approximative : [...] quand dit-on qu'une forme différentielle est fermée, ou exacte ?
Centrale 2010	L'énoncé de la formule de Green-Riemann est souvent très approximatif ; il [faut] préciser par exemple que la [forme différentielle] considérée est de classe C^1 .
Centrale 2009	Certaines définitions sont mal connues [comme celle d'une] forme différentielle fermée ou exacte.
Saint-Cyr 2011	Il apparaît fondamental d'inclure dans les révisions d'oral toutes les notions vues en première année et qui n'ont pas été reprises en deuxième année [comme la] formule de Green-Riemann

Intégrales doubles, aires

E3A 2009	Dans trop de copies, les correcteurs ont été frappés par un manque de connaissances, par exemple relatives aux intégrales curvilignes, à des notions géométriques élémentaires concernant les aires planes.
CCP 2007	Lors du calcul d'une intégrale double $\iint_D f$, il est presque toujours nécessaire d'avoir une représentation de l'ensemble D .
Mines 2011	La notion d'intégrale double pose également quelques difficultés.
Mines 2002	Le théorème de changement de variable dans les intégrales doubles est régulièrement méconnu.
Mines 2000	Le calcul différentiel et intégral à plusieurs variables reste catastrophique : [...] changement de variable dans les intégrales doubles, leur calcul, ...
Mines 1999	L'application du théorème de changement de variable dans les intégrales doubles [est souvent catastrophique].

VI. REMARQUES SUR LA GÉOMÉTRIE

§ 1. Désaffection des candidats pour la géométrie

- E3A 2011 [Les questions] relevant de la géométrie ont été les plus délaissées. Il est tout à fait regrettable que les candidats négligent cette partie des mathématiques dont l'utilité dans les sciences et techniques connexes n'est plus à prouver. À l'avenir des exercices de géométrie continueront à être posés.
- E3A 2011 La géométrie semble être délaissée par beaucoup de candidats.
- ENSAM 2011 Des lacunes sont observées sur des sujets importants comme la géométrie même très élémentaire.
- CCP 2011 En géométrie, quelques rares candidats ont un niveau convenable. On peut rappeler qu'au vu du niveau moyen très bas sur ces questions, un exposé dans lequel l'étudiant se contente de résoudre convenablement un exercice proche du cours est apprécié et valorisé.
- CCP 2009 La géométrie apparaît vraiment comme une partie sacrifiée du programme : la géométrie de première année semble totalement oubliée ; la géométrie des surfaces n'est guère mieux lotie : tout exercice faisant intervenir un plan tangent met en difficulté le candidat, seules les quadriques sont présentes dans l'esprit des candidats.
- CCP 2007 La géométrie n'a pas disparu ; les quadriques, les plans tangents, la notion de rayon de courbure sont toujours au programme, de même que le tracé d'une courbe en coordonnée polaire.
- CCP 2006 Signalons que la géométrie n'a pas disparu, les quadriques et la notion de rayon de courbure par exemple sont toujours au programme.
- CCP 2005 Rappelons que courbes et surfaces font toujours partie du programme.
- CCP 2004 Rappelons que, par exemple, plan tangent, rayon de courbure (dans le plan) ou asymptote en coordonnées polaires font encore partie du programme.
- Mines 2011 La géométrie figure toujours dans le programme officiel, toute impasse est sanctionnée.
- Mines 2007 Après l'amélioration de l'an dernier sur la connaissance des quadriques, on est retombé cette année dans les profondeurs du néant ! L'hétérogénéité est assez nette sur cette partie du programme où de nombreux candidats font clairement l'impasse et où des exercices simples soulèvent d'énormes difficultés. C'est pourtant ici l'occasion de briller et d'obtenir une excellente note sur des questions simples. Certains candidats avouent ne pas connaître la notion de courbure qui figure pourtant au programme de Sup MPSI et PCSI.
- Mines 2004 Comme chaque année, c'est [la géométrie] qui pose le plus de problèmes aux candidats.

Mines 2000	La géométrie reste le gros point noir de l'interrogation. C'est certes une partie réduite du programme mais qui existe. Elle fait donc partie de l'interrogation et trop de candidats font l'impasse sur cette partie.
Centrale 2010	Certains points du programme officiel demeurent négligés par de nombreux candidats ; en particulier tout ce qui concerne la géométrie. Le cas des courbes données par une équation polaire en est un exemple frappant.
Centrale 2009	On constate un effondrement de la géométrie ; un candidat peut être très convaincant sur la partie algèbre, et totalement démuné devant un modeste exercice parlant de plans et de sphères, ou de tangentes à un cercle du plan. Le jury est conscient qu'on ne peut plus aujourd'hui poser certains sujets hier classiques, que l'enseignement de la géométrie a changé, mais il tient à récompenser ceux des candidats qui font l'effort de travailler toutes les parties du programme.
Centrale 2007	Le jury a pu constater [...] lors d'exercices de géométrie un manque d'analyse qui conduit à multiplier les paramètres ou à ne pas mettre en évidence les inconnues.
Centrale 2007	Certaines recherches d'ensembles en géométrie exigent du candidat de se poser avant tout la question de la forme sous laquelle il recherche le résultat: représentation paramétrée ou équation. Dans le premier cas on devra veiller à ce qu'il n'y ait pas de paramètres inutiles et savoir qu'il risque d'être difficile d'identifier l'ensemble obtenu, dans le second on part des coordonnées du point recherché et on exprime des conditions qui conduiront à l'apparition de paramètres qu'il sera nécessaire d'éliminer.
Centrale 2003	Les candidats se privent souvent des possibilités que leur offrirait le choix d'un repère adapté au problème, c'est-à-dire permettant des calculs simplifiés et conforme à la problématique étudiée : pour résoudre des questions comme l'alignement de points ou le caractère concourant de droite un repère orthogonal n'est pas indispensable alors que pour des calculs d'aire ou l'étude de projections orthogonales un repère orthonormé est nécessaire.
Centrale 2002	Beaucoup de candidats ont suivi avec profit une formation satisfaisante en géométrie qui leur permet d'aborder avec succès des exercices élémentaires dont la seule prétention est d'une part de mettre en équation des situations géométriques simples, d'autre part de visualiser des informations numériques. Vu la modestie du programme de géométrie les seules qualités demandées, qui nous paraissent nécessaires à la formation des ingénieurs, sont bon sens, autonomie, lucidité et ténacité. En revanche, une partie des candidats semble avoir fait complètement l'impasse sur la géométrie.
Centrale 2000	La géométrie différentielle fait partie du programme.
Centrale 1999	Géométrie différentielle : connaissances approximatives, et manque d'initiative (choix d'un repère adapté aux spécificités du problème).
Centrale 1999	La géométrie révèle de grands écarts de pratique selon les candidats, et s'avère dans l'ensemble très mal connue.
X-Cachan 2007	La géométrie comme à son habitude a souvent été maltraitée.
INT 2008	Les parties du programme les moins solidement acquises restent la géométrie classique et différentielle, les équations et systèmes différentiels.
École de l'air 2011	La géométrie n'est pas une partie facultative du programme. Elle fait partie du tronc commun dans toutes les filières. En particulier, il faut savoir étudier les courbes paramétrées et les courbes en polaire, ainsi que connaître le vecteur normal en un point régulier à une surface définie par $F(x, y, z) = 0$.
Navale 2010	[La] géométrie fait souvent l'objet d'impasses inacceptables (calcul de courbure, longueur de courbe, tracé de conique, équation d'un plan passant par trois points de l'espace, tangente à une courbe paramétrée).
Saint-Cyr 2011	La géométrie fait partie du programme mais parfois les notions les plus simples sont oubliées.

Saint-Cyr 2007-2010	La géométrie est toujours source de difficulté, même sur les points les plus simples.
Saint-Cyr 2006	Les candidats sont en général faibles en géométrie.
Saint-Cyr 2005-2006	Le premier conseil pour un candidat ayant à traiter un exercice de géométrie est de ne pas partir battu. S'il ne perd pas ses moyens et essaye de raisonner simplement il peut obtenir une note très honorable. [...] Les candidats paniqués à la seule vue d'un exercice de géométrie font rapidement un blocage et ne sont plus capable de donner une équation de droite dans le plan connaissant deux points de cette droite.
Saint-Cyr 2004	La géométrie est nettement le domaine le moins bien maîtrisé par les candidats.
Saint-Cyr 2003	[En] géométrie et géométrie différentielle, la situation est toujours aussi mauvaise.
Saint-Cyr 2002	La situation déjà franchement mauvaise l'an dernier ne s'est pas sensiblement améliorée. La confusion dans le vocabulaire (l'équation d'une droite, d'un cercle de l'espace), l'ignorance des premiers résultats sur les coniques et les quadriques s'ajoutent à la difficulté à maîtriser les notions de géométrie du Lycée pour faire des exercices de géométrie les plus élémentaires des épreuves redoutables pour les candidats.

Programme de géométrie

CCP 2010	Les candidats craignent les questions de géométrie, d'une part parce que ce secteur est souvent négligé et d'autre part parce qu'elles demandent assez souvent de la réflexion et de l'initiative. Rappelons que la géométrie de première et de deuxième années fait partie du programme et se retrouve dans les sujets de l'oral.
CCP 2009	Signalons que la géométrie de première et deuxième années est au programme du concours.
CCP 2008	Rappelons enfin que la géométrie de première et deuxième année fait toujours partie du programme : rayons de courbure, coniques, quadriques et intégrales doubles par exemple font toujours l'objet de questions orales.
Mines 2000	Rappelons que le programme de première année, et particulièrement celui de géométrie, fait partie du programme de l'interrogation.
Mines 1999	[Rappelons qu'il y a beaucoup de géométrie] au programme de Mathématiques Supérieures PCSI...
Centrale 2008	Plusieurs candidats ont fait l'impasse sur les arcs paramétrés par θ , voire sur tous les arcs paramétrés. Rappelons que toutes les parties du programme officiel peuvent être abordées ; le jury s'efforce précisément de balayer l'ensemble de ce programme.
Saint-Cyr 2009-2011	Il apparaît fondamental d'inclure dans les révisions d'oral toutes les notions vues en première année et qui n'ont pas été reprises en deuxième année : étude des courbes paramétrées, géométrie euclidienne dans le plan et l'espace.
Saint-Cyr 2009	De nombreux candidats ont des lacunes sur les connaissances de première année (en particulier : asymptotes à une courbe, géométrie).
Saint-Cyr 2006	De nombreux exercices proposés utilisent des connaissances de première année, notamment [sur] les courbes paramétrées.

Fréquence d'apparition de la géométrie à l'oral

CCP 2009	Signalons que la géométrie [...] figure dans les sujets avec une fréquence non négligeable, et que vue la faiblesse dans ce secteur, toute prestation honorable est fort appréciée.
----------	---

Saint-Cyr 2002-2003

Comme pour les années passées, environ un cinquième de la population des candidats a reçu un sujet dont l'un des exercices était un exercice de géométrie, et nous ne voyons toujours pas de raisons pour que cette proportion soit modifiée à l'avenir.

§ 2. Géométrie élémentaire

- ENSAM 2010 Des lacunes sont observées sur des sujets importants comme la géométrie même très élémentaire.
- E3A 2009 Les notions de géométrie élémentaire indispensables à un futur ingénieur ne doivent pas être « oubliées ! »
- CCP 2004 Les équations de cercles et même de droites [bloquent un grand nombre de candidats].
- CCP 2003 [Parmi] les sujets élémentaires qui bloquent un candidat, [citons] les équations de cercles, de paraboles et même de droites.
- Mines 2003 Trop d'élèves ont des difficultés avec « l'équation » d'une droite de l'espace.
- Mines 2003 La notion d'endomorphisme associé à une application affine semble inconnue de la plupart des candidats. [...] Il y a souvent confusion entre un déplacement et l'endomorphisme qui lui est associé.
- Centrale 2010 Même les connaissances très élémentaires semblent s'être évaporées : centre du cercle circonscrit à un triangle, plan médiateur, équations et paramétrisations des cercles, des coniques et des quadriques.
- Centrale 2009 Chercher un système de représentants significatifs pour déterminer tous les objets géométriques ayant telle ou telle propriété [fait partie] des pratiques en voie de disparition. C'est dommage.
- Centrale 2009 Voici également une liste de quelques thèmes particuliers qui posent très souvent des problèmes : toute la géométrie élémentaire en dimension 2 ou 3, équations de cercles dans l'espace, distance d'un point à une droite, à un plan, perpendiculaire commune, courbes planes ou gauches.
- Centrale 2008 Le faible nombre d'heures consacrées à la géométrie se ressent dans les prestations des candidats, qui achoppent sur des trivialités, sans arriver au stade de la mise en équations du problème posé. Un exemple récurrent : l'équation $y = ax + b$ ne représente pas toutes les droites du plan, et surtout, ne représente pas une droite dans l'espace.
- Centrale 2006 Sphères, droites, plans, cercles, cylindres dans l'espace ne sont pas reconnus.
- Centrale 2006 Similitudes du plan complexe non maîtrisées.
- Centrale 2005 Un point est l'élément de base d'un espace affine comme un vecteur est l'élément de base d'un espace vectoriel... une application affine (et il n'est pas question là de théorie) agit sur des points, une application linéaire agit sur des vecteurs etc. . .
- Centrale 2004 Les applications géométriques simples des complexes semblent inconnues de la plupart des candidats.
- Centrale 2003 Les calculs dans les complexes, soit liés à des notions de parallélisme ou d'angles, soit liés à la trigonométrie comme l'utilisation des formules de De Moivre, les formules d'addition en trigonométrie, causent eux aussi de graves difficultés.
Des différents types de représentation d'un complexe il y en a parfois une qui est plus adéquate et d'autres qui sont sans utilité pratique pour certaines questions, comme l'écriture de complexes sous la forme $z = \rho e^{i\theta}$ pour tenter d'établir l'alignement de points du plan, alors que l'étude des arguments des vecteurs qui les relie permet de répondre presque immédiatement.

Centrale 2003	La Géométrie, parfois la plus simple, a été la source de nombreuses difficultés parfois même insurmontables : trouver l'équation d'une droite dont on connaît un point et un vecteur directeur, déterminer l'équation d'une tangente à un cercle issue d'un point du plan, connaître la définition par foyer et directrice associée d'une conique, reconnaître un automorphisme orthogonal en dimension 3, ...
Centrale 2002	[Parmi les] lacunes observées, [...] une droite s'écrit trop souvent $y = ax + b$.
Centrale 2002	Pour traiter les problèmes d'intersection de deux objets, peu de candidats pensent à écrire l'un d'eux sous forme paramétrique et l'autre sous forme cartésienne. Le même reproche vaut en algèbre linéaire : trouver une base de l'intersection de deux hyperplans de $\mathbb{R}^4$, chacun d'eux donnés par une base, a permis de trier très efficacement les étudiants.
Centrale 2001	Certains candidats ne savent pas trouver l'équation d'une droite en dimension 3.
Centrale 1999	La détermination de droites ou de plans soumis à certaines conditions s'avère laborieuse. De même pour le calcul de l'angle entre deux droites ou deux plans, la distance d'un point de l'espace à une droite ou à un plan. . .
X-Cachan 2004	Certaines faiblesses particulières ont pu étonner [comme] l'équation paramétrique d'une droite inconnue.
Saint-Cyr 2008-2010	Certains candidats sont incapables de trouver une équation cartésienne de droite ou de plan.
Saint-Cyr 2006	Les candidats sont en général faibles [sur les] équations paramétriques de droites, de plans.
Saint-Cyr 2003	Confusion entre la dimension deux et la dimension trois pour la représentation des droites et des cercles.

§ 3. Courbes

Généralités sur les courbes

E3A 2011	Le deuxième exercice concernait l'étude d'une courbe paramétrée classique, une <i>strophoïde</i> , et son intersection avec une droite. Le jury félicite les quelques candidats ayant traité l'exercice en entier avec soin et perspicacité. Il est cependant étonnant que l'on trouve dans de nombreuses copies : <ul style="list-style-type: none"> - la parité de x ou de y justifie à elle seule la symétrie de la courbe par rapport à (Ox), - les notions de points doubles ou de points stationnaires soient inconnues, - les tangentes et les asymptotes soient confondues, - il soit répondu aux questions sans calculs, avec des tableaux sans commentaire ni conclusion, - le dessin soit en flagrante contradiction avec l'étude.
Centrale 2010	Les tracés de courbes sont souvent peu soignés : rappelons qu'il faut préciser un vecteur unitaire pour chaque axe, et qu'il faut placer quelques points remarquables et les tangentes à la courbe en ces points.
Centrale 2002	Très peu de candidats savent écrire qu'une droite est tangente à une courbe.
INT 2010	[Il] apparaît une fragilité [...] systématique vis-à-vis des techniques élémentaires de calcul [comme les] tracés de courbes simples.
Saint-Cyr 2009-2010	Certains candidats sont incapables de trouver [...] une asymptote, [...] voire définir correctement la tangente à une courbe paramétrée.
Saint-Cyr 2006	De nombreux exercices proposés utilisent des connaissances de première année, notamment [sur] les courbes paramétrées.

Saint-Cyr 2003 Les incohérences entre un tracé et un résultat établi par ailleurs (tangente, convexité, asymptote) sont [...] sanctionnées.

Repère de Frenet, courbure

Centrale 2004 Il semble inimaginable qu'un étudiant de cette filière ignore la définition d'un rayon de courbure.

Centrale 2002 Les exercices sur la courbure n'utilisent que la définition.

X-Cachan 2007 Les questions comportant des calculs dans le repère de Frenet [...] ont reçu peu d'écho.

X-Cachan 2006 On note un manque de pratique du repère de Frenet.

Courbes paramétrées

E3A 2009 [Les correcteurs] ont aussi constaté un manque de rigueur, voire même de bon sens indigne de futurs ingénieurs. Comment accepter la fantaisie la plus totale dans des dessins censés représenter l'astroïde ($x(t) = \cos^3 t, y(t) = \sin^3 t$)? Comment comprendre l'impossibilité pour de nombreux candidats de représenter correctement [un] domaine [...] entre deux paraboles?

Centrale 2010 Écrire l'équation cartésienne d'une tangente à un arc est une difficulté insurmontable pour nombre de candidats.

Centrale 2009 Une majorité d'étudiants ne prend plus la peine d'analyser le problème et de le simplifier avant de se lancer dans les calculs[, comme] chercher un domaine d'étude plus petit que le domaine de définition pour étudier une fonction ou une courbe, [...] chercher un bon repère pour déterminer une « courbe telle que... ».

Centrale 2008 En géométrie on peut aborder [avec l'aide de *Maple*] des courbes peu régulières, moins classiques. L'utilisation du logiciel ne dispense pas d'une rigueur indispensable pour une étude correcte. D'un autre côté les courbes et surfaces polynomiales de degré 2 sont parfois fantaisistes.

Centrale 2007 [Certains candidats obtiennent] un développement asymptotique de $y(x)$ [...] mais cela ne [leur sert] qu'à trouver $a = \lim y(x)/x$ quand $x \rightarrow +\infty$. [Ils concluent] en affirmant que dès que cette limite existe la droite $y = ax$ est asymptote au graphe de y .

Centrale 2005 Certains candidats [sont] incapables de trouver un vecteur directeur de la tangente toute banale à un arc paramétré en un point tout ce qu'il y a de plus régulier

Centrale 2005 Quasiment aucun candidat ne sait rapidement [faire] l'étude des branches infinies (même en s'aidant [de *Maple*] pour les développements asymptotiques).

Centrale 2003 Les candidats ont bien du mal à trouver rapidement des intervalles intéressants pour représenter des courbes.

Centrale 2002 [Parmi les] lacunes observées, [la croyance que] La tangente à une courbe paramétrée ne peut s'obtenir autrement qu'en exprimant y en fonction de x (ce qui est rarement simple...).

Centrale 2001 Certains candidats [...] ignorent comment on détermine la tangente en un point régulier d'un arc paramétré!

Centrale 2000 Il est inadmissible que certains candidats soient désemparés devant le moindre tracé de courbe, ou devant le plus élémentaire calcul d'abscisse curviligne.

Centrale 1999 La recherche d'un vecteur unitaire tangent à une courbe paramétrée constitue souvent une difficulté insurmontable.

École de l'air 2011 Il faut savoir étudier les courbes paramétrées et les courbes en polaire.

École de l'air 2010	L'étude des courbes paramétrées est souvent négligée par les candidats.
Saint-Cyr 2003	Théorèmes de base de l'analyse élémentaire restent souvent mal maîtrisés. Pour certains candidats chercher l'équation d'une tangente ou d'une asymptote est une difficulté insurmontable, surtout quand il s'agit d'une courbe définie par une représentation paramétrique.

Courbes polaires

CCP 2010	Seuls quelques candidats sont aptes à tracer un arc de courbe défini en coordonnées polaires.
Mines 2002	L'étude de la courbe $\rho = \ln \theta$ pose problème.
Mines 2000	De simples courbes polaires $\rho = f(\theta)$ posent problème. Qu'en est-il des courbes $\theta = f(\rho)$ ou $(\rho = f(t), \theta = g(t))$?
Mines 1998	Un exercice de géométrie est, le plus souvent, accueilli par une grimace. Signalons que les courbes paramétrées ne sont pas toutes de la forme $\rho = f(\theta)$. Elles peuvent également s'écrire sous forme complexe (et on peut faire directement l'étude dans $\mathbb{C}$) ou être de la forme $\rho = f(t), \theta = g(t)$.
Centrale 2010	[Les] courbes données par une équation polaire [demeurent] négligés par de nombreux candidats.
Centrale 2009	Plusieurs candidats semblent n'avoir jamais vu d'arc paramétré par θ ; ils n'ont aucune idée du tracé de la courbe, et n'étudient à aucun moment le signe de ρ .
Centrale 2009	Une majorité d'étudiants ne prend plus la peine d'analyser le problème et de le simplifier avant de se lancer dans les calculs[, comme] chercher un domaine d'étude plus petit que le domaine de définition pour étudier une fonction ou une courbe.
Centrale 2008	Plusieurs candidats ont fait l'impasse sur les arcs paramétrés par θ .
Centrale 2006	La géométrie du plan et de l'espace est souvent abordée sans dessin et réserve beaucoup de lacunes : courbes en polaires maltraitées dans leur domaine d'étude, de recherche de symétries ou d'asymptotes.
Centrale 2005	Quasiment aucun candidat ne sait rapidement représenter la courbe $\rho = \sin(3\theta)/\cos \theta$ au voisinage du point de paramètre $\pi/3$.
Centrale 2003	Les candidats ont bien du mal à trouver rapidement des intervalles intéressants pour représenter des courbes.
École de l'air 2011	Il faut savoir étudier les courbes paramétrées et les courbes en polaire.

Courbes définies de manière implicite

Mines 2010	Déterminer la tangente en un point d'une courbe implicitement définie ou les asymptotes à une telle courbe ont été l'occasion de constater de sérieuses lacunes.
Centrale 2006	Signalons [que] le fait que l'équation d'une réunion de deux courbes d'équations respectives $f(x, y) = 0$ et $g(x, y) = 0$ s'écrit $f(x, y)g(x, y) = 0$. Cela ne semble pas vraiment évident pour tous.
Centrale 2004	Les notions élémentaires de fonctions implicites appliquées à l'étude de courbes ont donné lieu à des interrogations délicates.
Centrale 1999	Peu [de candidats] connaissent le calcul de l'équation de la tangente à une courbe définie par une équation cartésienne, qui se résume pour une conique au procédé de « dédoublement des termes ».
Saint-Cyr 2003	Incapacité de la plupart des candidats à écrire une équation de la tangente en un point d'une courbe définie par $f(x, y) = 0$.

§ 4. Surfaces

- Centrale 2002 Le plan tangent à une surface en un point régulier est bien connu ; en revanche, on ne pense que rarement à la représenter en la coupant par des plans bien choisis.
- École de l'air 2011 Il faut [...] connaître le vecteur normal en un point régulier à une surface définie par $F(x, y, z) = 0$.
- École de l'air 2010 Trop peu de candidats savent qu'un vecteur normal à une surface régulière est dirigé par le gradient lorsque la surface est donnée par $F(x, y, z) = 0$.
- Saint-Cyr 2009-2010 Certains candidats sont incapables de trouver [...] un plan tangent à une surface.
- Saint-Cyr 2003 Incapacité de la plupart des candidats à écrire une équation du plan tangent en un point d'une surface définie par $f(x, y, z) = 0$.

§ 5. Coniques, quadriques

- E3A 2011 Rappelons que les « smarties », « ellipse de l'espace », « sablier » ou encore « ballon de rugby » ne sont pas des termes figurants dans le programme.
- CCP 2011 Pour montrer que $\sigma = \{X \in \mathbb{R}^n \mid {}^tXSX = 1\}$ est une ellipse, il ne suffit pas d'affirmer que les valeurs propres de la matrice S sont non nulles et de même signe, il faut aussi justifier qu'il n'est pas vide.
- CCP 2010 Presque tous les candidats trouvent les éléments propres de la matrice Q , qui est la matrice symétrique associée à l'équation de la conique, mais très peu justifient que c'est une ellipse (valeurs propres non nulles et de même signe). Il y a souvent un manque de précision sur l'obtention de l'équation réduite. Le graphe varie de l'esquisse gribouillée au tracé le plus soigné.
- Centrale 2008 Certaines parties du cours ne sont que partiellement connues [comme la] reconnaissance des quadriques (alors même que l'on est parvenu à réduire l'équation).
- Centrale 2007 Les exercices portant sur des coniques et surtout des quadriques mettent parfois en évidence la non compréhension de techniques de réduction apprises mécaniquement (par exemple la recherche du centre n'exige pas la réduction de la forme quadratique).
- Centrale 2007 On attend d'un élève sérieux qu'il sache distinguer une hyperbole d'une parabole ou d'une ellipse.
- Centrale 2005 Si certains candidats connaissent les différents types de coniques et savent réduire une équation, d'autres confondent totalement parabole et hyperbole.
- Centrale 2005 [Concernant] l'étude des quadriques, il ne suffit pas de connaître une « belle formule » de caractère très algébrique, encore faut-il pouvoir reconnaître une quadrique, son centre, ses axes etc. . . , c'est à dire ce que signifient les vecteurs propres que l'on trouvera, les constantes, les translations etc. . . qui traduiront une partie des calculs.
- Centrale 2004 Il reste [...] des candidats qui ne savent pas reconnaître une conique par son équation ou, inversement, qui ne savent pas trouver l'équation d'une conique simple.
- Centrale 2002 Une parabole n'est rien d'autre qu'un très vague $y = ax^2 + bx$.
- Centrale 2002 Beaucoup de candidats ignorent que la réduction des endomorphismes symétriques d'un espace euclidien conduit à celle des équations de coniques. Ce dernier point est d'ailleurs le plus mal connu.
- Centrale 2002 La relation entre les aspects matriciels et les aspects géométriques de la réduction fait partie des rares points où l'on constate une grande différence dans les préparations. Il est difficile à tout être doué d'un minimum de bons sens de comprendre pourquoi, alors qu'un étudiant a choisi de travailler dans une base de vecteurs propres d'un

endomorphisme diagonalisable, il se croit obligé de traîner des matrices de passages à une mystérieuse, autant que fantasmagorique, « base canonique » tout au long du calcul.

- Centrale 1999 Nous attendons qu'un candidat [soit] capable de réduire la courbe d'équation $x^2 - xy - y^2 = 1$.
- X-Gachan 2007 Les questions [...] portant sur les coniques ont reçu peu d'écho.
- ENSEA-ENSIEE 2010 Tracer une parabole doit se faire vite et sans erreur.
- Saint-Cyr 2006 De nombreux exercices proposés utilisent des connaissances de première année, notamment [sur] les coniques.
- Saint-Cyr 2006 Les candidats sont en général faibles [sur les] coniques.
- Saint-Cyr 2003 Ignorance des premiers résultats sur les coniques [et] les quadriques.